VALOREM
Revista da Sociedade Brasileira de Engenharia de Avaliações

SELEÇÃO DE MODELOS POR CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO PONDERADOS PELO DESEMPENHO DOS PRESSUPOSTOS BÁSICOS

Selection of models by information criteria weighted by the performance of basic assumptions

Antoniel Campos
http://orcid.org/0009-0007-0899-8644
Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT), Natal, Brasil.
antonielcampos@uol.com.br

Laura Damasceno de Campos
http://orcid.org/0009-0002-7638-8518
Instituto Santos Dumont, Macaíba, Brasil.
lauradcampos@hotmail.com

RESUMO

Os critérios de informação (AIC de Akaike, BIC de Schwarz e Cp de Mallows, dentre outros), amplamente utilizados na seleção de modelos matemáticos, baseiam-se no Princípio da Parcimônia, privilegiando modelos que, com menor número de variáveis independentes produzam menores erros. Em que pese os bons resultados obtidos ao longo do tempo, essa diretriz não é garantidora do cumprimento dos pressupostos básicos do Modelo Clássico de Regressão Linear pelo modelo selecionado. A negligência ou mesmo o relaxamento no cumprimento dos pressupostos pode resultar em falsas predições, em que pese ter sido o modelo selecionado como o melhor dentre os demais. Para suprir essa deficiência, propomos um critério de seleção baseado na ponderação dos resultados dos critérios de informação pelo desempenho dos pressupostos básicos. Mediante a aplicação de diversos testes estatísticos, o artigo detalha a construção de indicadores de desempenho para cada pressuposto. Apresentamos o resultado da aplicação da metodologia em dois estudos de caso, atestando a viabilidade e a pertinência da adoção do critério. Esperamos, com isso, ter identificado fatores que comprovem a sua aplicabilidade em perícias complexas ou em disputas em arbitragens, cujo papel de um modelo matemático seja de relevância ao deslinde da questão.

Palavras-Chave: Critério de informação; Pressupostos básicos; Akaike.

ABSTRACT

The information criteria (AIC of Akaike, BIC of Schwarz and Cp of Mallows, among others), widely used in the selection of mathematical models, are based on the Principle of Parsimony, favoring models that, with a smaller number of independent variables, produce smaller errors. Despite the good results obtained over time, this guideline does not guarantee compliance with the basic assumptions of the Classical Linear Regression Model by the selected model. The negligence or even the relaxation in the fulfillment of the assumptions can result in false predictions, despite having been the model selected as the best among the others. To overcome this deficiency, we propose a selection criterion based on the weighting of the results of the information criteria by the performance of the basic assumptions. Through the application of several statistical tests, the article details the construction of performance indicators for each assumption. We present the result of applying the methodology in two case studies, attesting to the feasibility and relevance of adopting the criterion. We hope, with this, to have identified factors that prove its applicability in complex investigations or in disputes in arbitration, whose role of a mathematical model is of relevance to the delineation of the issue.

Keywords: Information criterion; Basic assumptions; Akaike.

Preenchimento dos Editores

INFORMAÇÕES SOBRE O ARTIGO

Submetido em 13/07/2022
Publicado em 20/08/2022

Comitê Científico Interinstitucional
Editor-Responsável: Carlos Augusto Zilli
Avaliado pelo Sistema Double Blind Review (SEER/OJS – Versão 3)

1. INTRODUÇÃO

A maioria dos softwares de análises estatísticas dedicados à atividade de avaliação de bens imóveis, fornece um rol pré-definido de modelos a partir das variáveis e dados informados, hierarquizados por algum critério estatístico (R, R^2, F, %sig. α). Escolhido um dos modelos ofertados, cabe ao operador, na etapa subsequente, ajustá-lo de tal forma que atenda minimamente tanto os pressupostos básicos que regulam a regressão linear, quanto as exigências complementares previstas nas normas técnicas. Vários modelos podem ser produzidos, dependendo do rigor que se almeja alcançar, ou para verificar a resposta do modelo para determinados subconjuntos de variáveis. Nesse cenário, caso se disponha de mais de um modelo matemático, finalizados e validados após a modelagem final, um desafio que se apresenta é o de escolher o melhor modelo.

A comparação de modelos tomando-se por base o Coeficiente de Determinação (*R^2*), não se mostra adequada, tendo em vista que, conforme ensina DANTAS (1998, p.140), "para uma mesma amostra ele cresce na medida em que aumentam o número de variáveis independentes incluídas no modelo". No mesmo sentido, restaria prejudicada a utilização da estatística F, de Fischer-Snedecor, dada a sua relação com o R^2.[1]

Um critério alternativo seria o de comparar os valores do Coeficiente de Determinação Ajustado (*R^2a*) dos modelos validados, uma vez que o R^2a, ao contemplar em sua fórmula uma penalização para a quantidade de variáveis utilizadas, mostra-se hábil ao cotejo do poder de predição entre modelos com diferente quantidade de variáveis independentes, conforme lição de MATOS (2000, p.89). A ressalva que se faz a esse critério é a de que "É fundamental observar que, ao comparar dois modelos com base no coeficiente de determinação, ajustado ou não, *o tamanho da amostra n e a variável dependente devem ser os mesmos"* (GUJARATI; PORTER, 2008, p.218). Se é fato que a variável dependente seria a mesma, o mesmo não se pode assegurar quanto ao tamanho da amostra efetivamente utilizada em todos os modelos candidatos à comparação, o que limita severamente o uso desse critério.

Sendo essas as alternativas até então para selecionar modelos, começam a surgir a partir da década de 1970 os chamados "critérios de informação" voltados à seleção de modelos matemáticos, primeiramente o Cp, de Mallows(1973), depois o Critério de Informação de Akaike (1974), seguido do de Schwarz (1978). Tais critérios avaliam o ajuste do modelo tomando por base três informações básicas: **i)** o tamanho da amostra (n); **ii)** a quantidade de variáveis explanatórias (k) no modelo; e **iii)** uma dimensão do erro, por meio de algum parâmetro (soma dos quadrados dos resíduos, variância, desvio-padrão).

Seguindo o Princípio da Parcimônia[2], ou da *Navalha de Occam*, a formulação desses critérios, conforme será visto mais adiante, privilegia os modelos que tenham um menor número de variáveis, uma vez que o seu acréscimo, embora melhore o R^2, pode também aumentar a variância do erro de previsão (GUJARATI PORTER, 2008, p.491) que, como vimos, é uma das três dimensões dos citados critérios.

Em todo caso, foram esses os critérios que se popularizaram, tanto pela facilidade de compreensão conceitual e de aplicação, como pela propulsão tomada a partir de suas inclusões em softwares de análises estatísticas.

Ocorre que, pela sua simplicidade, os mesmos não alcançam o desempenho do modelo no cumprimento dos pressupostos básicos da regressão linear, de maneira que, para dois modelos candidatos que tenham um mesmo valor de critério de informação, pode estar ocultado uma profunda diferença na performance de um ou mais pressupostos básicos como, por exemplo, um erro de especificação, cujas consequências podem ser fatais ao objetivo da predição a que se propõe.

São particularidades não capturadas pelos critérios de informação, embora as suas ocorrências não sejam inusuais na prática da modelagem voltada a avaliação de bens imóveis.

Nesse sentido, duas importantes advertências fazem GUJARATI e PORTER (2008, p.494), no sentido de que: **i)** nenhum dos critérios tratados é superior as demais; e **ii)** eles devem ser considerados como um complemento aos vários testes de especificação.

Dessa forma, objetivando otimizar a utilização dos critérios clássicos de informação, propomos uma ponderação nos mesmos, mediante a aplicação de um fator que quantifique e represente o cumprimento dos pressupostos básicos pelos modelos candidatos.

---

[1] $\mathbf{F}_{k;n-k-1} = [R^2/(1-R^2)]x[(n-k-1)/k]$ (MATOS, p.90)

[2] O Princípio da parcimônia, também conhecido como "Navalha de Occam", em homenagem à Guilherme de Occam (1285-1347), sugere que quando houver dúvida na escolha de um entre muitos modelos aproximadamente equivalentes, deve-se escolher o mais simples.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Para haver seleção de modelos, necessário se faz que haja modelos para serem comparados. É alto o risco de valer-se de apenas um modelo para a tomada de decisão, pois por mais que se tenha cumprido todos os pressupostos para a sua elaboração, a falta de "diálogos" entre cenários pode superestimar o poder de abrangência de um modelo. É nesse sentido a diretriz dada por Rubens Dantas:

> **Um ponto fundamental no processo de modelagem é que não se deve ficar restrito a um único modelo** e desprezar outros alternativos. **É prudente considerar um conjunto de amplos modelos**, levando-se em consideração os seguintes fatores: facilidade de interpretação, boas previsões anteriores e conhecimento profundo da estrutura dos dados. (grifos acrescidos) [DANTAS; 1998, p.147]

A par desse importante alerta, será visto nessa seção um apanhado sobre os critérios de informação amiúde adotados na seleção de modelos, bem como uma visão sobre os pressupostos básicos dos modelos de regressão linear.

2.1. CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO

O critério de informação de Akaike (CIA, do inglês **AIC** – *Akaike's information criterion*), o de Schwarz (CIS, do inglês SIC – *Schwarz's information criterion* ou **BIC** –*Bayesian information criterion*) e o critério ***Cp*** de Mallow, tem, respectivamente, conforme GUJARATI e PORTER (2008, p.492), as seguintes formulações:

$$\ln CIA = \left(\frac{2k}{n}\right) + \ln\left(\frac{SQR}{n}\right) \tag{1}$$

$$\ln BIC = \frac{k}{n}\ln n + \ln\left(\frac{SQR}{n}\right) \tag{2}$$

$$Cp = \frac{SQR}{\sigma^2} - (n - 2p) \tag{3}$$

Onde:

k: o número de regressores (incluindo o intercepto);
n: número de dados;
SQR: Soma dos quadrados dos resíduos;
σ^2: variância amostral.

Conforme BELLO (2010), o *CIA* foi corrigido por Hurvich & Tsai (1989) para contemplar pequenas amostras, assim consideradas aquelas onde n/k < 40, adotando a seguinte expressão:

$$AICc = AIC + \frac{2(p+1)(p+2)}{n-p-2} \tag{4}$$

Em todos eles, o melhor modelo é aquele que obtém o menor valor dentre os demais modelos candidatos; portanto, são indicadores do tipo "o menor é melhor".

As grandezas tratadas (k, n, SQR, σ^2) são de fácil obtenção durante a modelagem, e os critérios seguem a seguinte lógica:

- grandes erros e grande quantidade de variáveis => retornam grandes valores => o resultado rebaixa a classificação do modelo;
- grande número de dados => retornam pequenos valores => o resultado eleva a classificação do modelo.

Portanto, um modelo que, em comparação com os demais, contemple uma maior quantidade de dados, contando com menos variáveis e produzindo um erro menor, deve ser o escolhido. Conforme DANTAS et al. (2003), o princípio que está por traz do critério de informação é que a falta de ajuste é penalizada em função dos graus de liberdade.

Não há o que questionar em relação a essa formulação; por outro lado, não há nenhuma garantia de que os pressupostos básicos da regressão linear tenham se comportando a contento, em especial dois desses pressupostos que assumem alta relevância na análise de modelos de regressão linear voltados a avaliação de bens imóveis, como é o caso do pressuposto da Especificação e o da Linearidade.

No primeiro caso, o da Especificação, o modelo selecionado pode contar com uma reduzida quantidade de variáveis, ter um reduzido erro padrão, mas contar com uma estrutura viesada, com variáveis que, a despeito de terem levado a um reduzido valor do critério de informação, não reflitam de fato o que está sendo avaliado, ou por inclusão de variáveis irrelevantes, ou por omissão de variáveis importantes (GUJARATI, 2019, p. 143).

No segundo caso, o da Linearidade, considerando as mesmas hipóteses, o mercado pode estar apontando para uma determinada natureza de correlação entre duas variáveis, por exemplo, “VU” ~ 1/“Área” (“o valor unitário de terreno cresce na medida em que a área diminui”) , enquanto o modelo, selecionado como o melhor dentre os candidatos, pode estar trazendo uma relação em sentido inverso ao que sinaliza o mercado, ou seja, “VU” ~ “Área” (“o valor unitário de terreno cresce na medida em que a área cresce”).

Em ambos os casos, o resultado é danoso à correta predição pretendida: no erro de especificação, erra-se o alvo, ou seja, o objeto a avaliar; no segundo, inverte-se as informações do mercado.

2.2. PRESSUPOSTOS BÁSICOS DO MODELO DE REGRESSÃO LINEAR

A partir dos apontamentos de GUJARATI (2019, p.9), MATOS (2000, p.43;84) e GUJARATI e PORTER (2008, p.84), os pressupostos básicos do Modelo Clássico de Regressão Linear (MCRL) são os seguintes:

a) Linearidade: o MCRL é linear nos parâmetros, embora possa não o ser nas variáveis.
b) As variáveis explanatórias são independentes do termo de erro: cov(Xi;ui) = 0.
c) A média do termo de erro (ui) é zero.
d) Homocedasticidade: o termo de erro (ui) tem variância constante.
e) Autocorrelação: não há autocorrelação ou dependência serial nos resíduos.
f) Multicolinearidade: não há correlação linear perfeita entre as variáveis independentes (Xis).
g) Especificação: o modelo de regressão está corretamente especificado, sem ausência de variável importante ou presença de variável irrelevante, bem como estão corretas as suas medidas.
h) O termo de erro (ui) tem distribuição Normal: ui ~ N(0, σ^2).
i) Variabilidade: os valores das variáveis independentes não devem ser os mesmos.
j) Micronumerosidade: o número de observações *n* deve ser maior que o número de parâmetros a serem estimados.

A par desses pressupostos básicos, a norma brasileira de avaliações *ABNT NBR 14.653-2 Avaliação de bens, Parte 2: Imóveis urbanos*, de 2011, traz os seguintes complementos:

No tocante à micronumerosidade, a quantidade mínima de dados de mercado é dada por:

> *$n \geq 3 (k + 1)$*
> *para $n \leq 30$, $ni \geq 3$*
> *para $30 < n \leq 100$, $ni \geq 10\% \, n$*
> *para $n > 100$, $ni \geq 10$*
> *onde*
> *ni é o número de dados de mesma característica, no caso de utilização de variáveis dicotômicas e variáveis qualitativas expressas por códigos alocados ou códigos ajustados;*

Quanto aos pontos influenciantes, a norma assim se expressa:

> *possíveis pontos influenciantes, ou aglomerados deles, devem ser investigados e sua retirada fica condicionada à apresentação de justificativas.*

Em relação à significância do modelo e dos repressores, são estabelecidos patamares para o nível de significância, conforme o grau de enquadramento da avaliação.

2.3. CONSEQUÊNCIAS DO DESCUMPRIMENTO DOS PRESSUPOSTOS BÁSICOS DO MCRL

GUJARATI (2019) apresenta as consequências quando são descumpridos os pressupostos básicos do MCRL, nos seguintes termos:

a) <u>Não linearidade nos parâmetros</u>: o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) pode não oferecer estimativas não tendenciosas para os parâmetros, em especial se a amostra for pequena (p.635). Os valores dos parâmetros não podem ser obtidos explicitamente. Eles precisam ser estimados numericamente, isto é, por procedimentos iterativos.

b) Dependência entre as variáveis explanatórias e o termo de erro: os estimadores de MQO não só são tendenciosos, mas também inconsistentes; eles continuam tendenciosos mesmo que o tamanho (n) da amostra aumente indefinidamente (p.482)
c) A média do termo de erro (ui) não é igual a zero: se isso ocorrer, não será possível estimar o intercepto original, mas sim uma estimativa viesada (p.327).
d) Não homocedasticidade, ou seja, presença de heterocedasticidade: os estimadores de MQO, embora não viesados e consistentes, deixam de ser estimadores com variância mínima mesmo na classe dos estimadores lineares (p.94). os intervalos de confiança, na presença da heterocedasticidade, são maiores. Como resultado, os testes *t* e *F* provavelmente darão resultados imprecisos (p.379).
e) Detecção de Autocorrelação nos erros: não há razões *a priori* para considerar que o termo de erro pertencente a um domicílio ou empresa seja correlacionado ao termo de erro de outro domicílio ou empresa. Se, por acaso, tal correlação é observada nas unidades do corte transversal, ela é denominada *autocorrelação espacial* – correlação no espaço e não ao longo do tempo. Contudo, é importante recordar que, na análise de corte transversal, o ordenamento dos dados deve ter alguma lógica, ou interesse econômico, para poder determinar se a autocorrelação (espacial) está ou não presente (p.415)
f) Multicolinearidade: se o único propósito da análise de regressão for a previsão ou o prognóstico, a multicolinearidade não é um problema grave (p.353); todavia, ocorrendo a multicolinearidade, cabe ressaltar o seguinte:
   1. Embora sejam os melhores estimadores lineares não viesados, os estimadores de MQO têm grandes variâncias e covariâncias, tornando difícil uma estimação precisa.
   2. Devido à consequência 1, os intervalos de confiança tendem a ser muito mais amplos, levando à aceitação imediata da “hipótese nula igual a zero” (isto é, o verdadeiro coeficiente populacional igual a zero).
   3. Devido à consequência 1, a razão *t* de um ou mais coeficientes tende a ser estatisticamente insignificante.
   4. Embora a razão *t* de um ou mais coeficientes seja estatisticamente insignificante, R^2, a medida geral da qualidade do ajustamento, pode ser muito alto.
   5. Os estimadores de MQO e seus erros padrão podem ser sensíveis a pequenas alterações nos dados (p.336)
g) Erro de Especificação: i) omissão de variável importante: a variância do termo de erro σ^2 está estimada incorretamente; os procedimentos habituais para determinar os intervalos de confiança e o teste de hipóteses provavelmente conduzirão a conclusões equivocadas quanto à significância estatística dos parâmetros estimados; as previsões baseadas no modelo incorreto e os intervalos de previsão (confiança) não serão confiáveis (p.470). ii) inclusão de variável irrelevante: os parâmetros estimados em geral serão ineficientes e suas variâncias em geral serão maiores que aquelas dos parâmetros do modelo verdadeiro (p.472).
h) O termo de erro (ui) não tem distribuição Normal: Esta hipótese não é essencial se o objetivo for apenas a estimação; todavia, a confirmação da normalidade permite utilizar os testes *t* e *F* para verificar várias hipóteses estatísticas, independentemente do tamanho da amostra (p.327). serão válidos *assintoticamente*, isto é, em grandes amostras, mas não em pequenas ou finitas (p.328).
i) Variabilidade insuficiente nos regressores: pode ocasionar a multicolinearidade (p.329)
j) Micronumerosidade dos dados: o reduzido número de dados pode ser causa da ocorrência da multicolinearidade.

Como pode ser visto, para a ampla maioria dos pressupostos básicos do MCRL, o relaxamento de suas hipóteses traz consequências e danos ao modelo matemático e, por conseguinte, à função para a qual ele foi moldado, que é a predição.

3. METODOLOGIA

Como a estrutura e natureza dos critérios de informação, conforme já abordado, não contemplam as consequências decorrentes do descumprimento dos pressupostos básicos, e considerando que dois modelos candidatos com valores próximos de AIC, BIC ou Cp podem ter desempenhos antagônicos no cumprimento dos pressupostos, propõe-se um fator, construído na forma exposta a seguir, que, aplicado ao valor calculado pelo critério de informação, supra essa deficiência, ponderando-o e direcionando-o na escolha do modelo que, ao mesmo tempo, contemple, da melhor maneira, tanto os requisitos dos critérios de informação, quanto as hipóteses dos pressupostos básicos do MCRL.

Nesse sentido, será construído um indicador para cada pressuposto básico, com as seguintes premissas:

a) O objetivo da formulação de um indicador para cada pressuposto é o de possibilitar a comparação entre os modelos quanto a performance obtida naquele pressuposto.
b) Sempre que possível, o indicador do pressuposto será calculado com base na média dos resultados de testes específicos para aquele pressuposto; teremos assim, p. exemplo, o indicador do pressuposto Normalidade resultante da média dos valores-p dos Testes de Anderson-Darling, Shapiro-Wilk, d'Agostino-Pearson e Jarque-Bera.
c) Não serão criados indicadores para grandezas já contempladas na estrutura dos critérios de informação, como é o caso do número de dados utilizados na formulação do modelo.
d) Não haverá indicador para o pressuposto da Autocorrelação serial dos resíduos, tendo em vista a sua inexpressividade em dados de corte transversal, como é o caso dos dados obtidos nas pesquisas de mercado de bens imóveis, evitando assim o risco de viés de comparação entre os modelos.
e) Serão utilizadas dimensões distintas para aquilatar cada indicador, como o valor-p, o Coeficiente de Correlação de Pearson (R), a estatística t, contagem numérica, e outros constructos.
f) Em decorrência das diversas espécies de indicadores, com dimensões distintas, será procedida a normalização por linha, ou seja, estando os modelos candidatos dispostos em colunas, o valor do indicador de determinado pressuposto para um determinado modelo, será igual ao quociente entre o valor desse pressuposto e a soma horizontal dos valores dos pressupostos de todos os modelos. Essa operação permitirá a soma vertical dos pressupostos, ou seja, por modelo.
g) Antes dessa soma, porém, com o fim de evidenciar a importância relativa entre os pressupostos, propõe-se a aplicação de pesos, conforme o poder e a relevância do pressuposto básico no contexto do MCRL. Esses pesos serão estabelecidos com o auxílio do Método de Mudge.
h) Concluídas essas operações, cada modelo disporá de um fator indicativo do seu desempenho em relação ao conjunto dos pressupostos básicos do MCRL.
i) Na construção desse fator, serão promovidos rearranjos matemáticos de forma que o modelo com menor fator represente a melhor performance.
j) Idêntico procedimento será levado a termo em relação aos critérios de informação. Nesse sentido, para cada modelo serão calculados o AIC, o BIC e o Cp de Mallows, normalizando-os em seguida e extraindo-se-lhes a média; como resultado, ter-se-á igualmente um fator indicativo do desempenho médio dos modelos referente aos critérios de informação.
k) O produto entre os dois fatores acima retornará um valor médio de critério de informação ponderado por um fator de desempenho dos pressupostos básicos.
l) Como os critérios de informação já são formulados de forma que o menor valor represente o melhor modelo, o resultado do menor produto entre os fatores também indicará o melhor modelo dentre os modelos candidatos.

Os testes utilizados são fornecidos pelo suplemento do Excel "*Real Statistics*", de livre distribuição na internet. Para demonstração da metodologia para construção dos indicadores, será tomado um exemplo com quatro modelos candidatos. Os pressupostos e respectivos testes estão descritos no quadro a seguir.

Tabela1 - Indicadores de desempenho dos pressupostos básicos

Pressuposto	**Teste**	**Modelo 1**	**Modelo 2**	**Modelo 3**	**Modelo 4**
Normalidade	Shapiro-Wilk Test				
	d'Agostino-Pearson				
	Anderson-Darling				
	Jarque-Bera				
Homocedasticidade	Breusch-Pagan				
	White				

Presença de Outliers	Grubbs/ESD
	% outliers signif.
Especificação	*Reset* (Ramsey)
	Multipl. Lagrange
Linearidade	Sinais e aderência
Multicolinearidade	R de Pearson (média)
Correlação Resíduos x Xi	R de Pearson (média)
Significância dos Regressores	Teste "t" e média

A. CONSTRUÇÃO DOS INDICADORES

A estrutura constante na ilustração a seguir será utilizada na construção dos indicadores dos pressupostos.

MODELO "n"	R1 (Xi)					R2		
Dado utilizado	*X1*	*X2*	*(...)*	*Xi*	y (observado)	y^ (estimado)	Resíduo	Resíduo padr.
1								
3								
4								
7								
(...)								
11								
18								
25								
30								
Σ n							Desv.Pad.	

Figura 1 - *Template* para construção dos indicadores (autoria própria)

a) Normalidade
- Shapiro-Wilk: =SWTEST(Resíduo)
- d'Agostino-Pearson: =DPTEST(Resíduo)
- Anderson-Darling: =ADTEST(Resíduo;1;VERDADEIRO)
- Jarque-Bera: =JBTEST(Resíduo)
- Indicador de Normalidade: média dos valores-p dos testes

b) Homocedasticidade
- Breusch-Pagan: =BPagTest(R1;R2;FALSO)
- White: =WhiteTest(R1;R2)
- Indicador de Homocedasticidade: média dos valores-p dos testes

c) Presença de outliers
- Grubbs/ESD: =ESD(Resíduo padr.;VERDADEIRO;α;contagem de outliers em “Resíduo padr.”)
- % outliers signif.: = (tot. outlier significativo dado pelo Teste de Grubbs) / (contagem de outliers em “Resíduo padr.”)
- Indicador de Presença de outliers: =1/[1+(tot. outlier significativo dado pelo Teste de Grubbs)+0,2*(contagem de outliers em “Resíduo padr)]

d) Especificação

Os testes de especificação estão descritos nas ilustrações a seguir.
- Teste de Ramsey:

"Modelo antigo"

MODELO 1	R1 (Xi)				R2		
Dado utilizado	X1	X2	X3	X4	y (observado)	y^ (estimado)	Resíduo
1	4,3	1,0	15,0	450,0	2.128,1	2.144,2	- 16,1
3	1,0	-	11,0	209,0	478,5	498,1	- 19,7
4	1,0	-	15,0	600,0	383,3	186,4	196,9
7	1,0	-	17,0	680,0	220,6	388,5	- 167,9
10	1,0	-	20,0	800,0	1.000,0	691,6	308,4
11	1,7	-	11,0	440,0	454,5	502,3	- 47,8
18	1,7	-	10,0	385,0	571,4	447,8	123,6
25	1,0	-	20,0	880,0	50,0	443,7	- 393,7
30	1,0	1,0	84,0	5.000,0	190,0	173,9	16,1

RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,945991
R-Quadrado	0,894899
R-quadrado ajustado	0,789799
Erro padrão	289,6288
Observações	9

Figura 2 - Regressão linear no modelo original (“modelo antigo”) - (autoria própria)

"Modelo novo"

MODELO 1	R1 (Xi)						R2
Dado utilizado	X1	X2	X3	X4	y^ ²	y^ ³	y (observado)
1	4,3	1,0	15,0	450,0	4.597.385,2	9.857.489.808,9	2.128,1
3	1,0	-	11,0	209,0	248.131,3	123.601.098,9	478,5
4	1,0	-	15,0	600,0	34.752,2	6.478.496,7	383,3
7	1,0	-	17,0	680,0	150.916,0	58.627.712,3	220,6
10	1,0	-	20,0	800,0	478.266,9	330.754.285,6	1.000,0
11	1,7	-	11,0	440,0	252.332,6	126.753.491,7	454,5
18	1,7	-	10,0	385,0	200.506,6	89.782.787,2	571,4
25	1,0	-	20,0	880,0	196.836,7	87.329.138,1	50,0
30	1,0	1,0	84,0	5.000,0	30.243,6	5.259.577,2	190,0

RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,994145
R-Quadrado	0,988324
R-quadrado ajustado	0,953295
Erro padrão	136,5226
Observações	9

Figura 2.1 - Regressão linear no modelo novo (autoria própria)

Na regressão linear aplicada ao modelo novo, o quadrado e o cubo do valor estimado na regressão do modelo antigo entram como variáveis independentes. O resultado do Teste *RESET* de Ramsey consta na ilustração a seguir.

$$F = \frac{(R^2_{\text{novo}} - R^2_{\text{velho}})/\text{número de novos regressores}}{(1 - R^2_{\text{novo}})/(n - \text{número de parâmetros no novo modelo})}$$

R^2velho	0,8949	
R^2novo	0,9883	
nº novos regressores:	2	(y^² e y^³)
nº parâm. Novo mod.:	7	
n:	9	
k :	6	
gl1 :	2	
gl2 :	2	(n-k-1)
F =	8,0013	
p-valor:	0,1111	

h0: o modelo está bem especificado

h1: o modelo não está bem especificado

a um nível de significância de 5%, podemos considerar que o modelo está bem especificado

Figura 2.2 - Resultado do Teste de Ramsey (autoria própria)

- Teste do Multiplicador de Lagrange:

"Modelo novo"

MODELO 1	R1 (Xi)						R2
Dado utilizado	*X1*	*X2*	*X3*	*X4*	y^ ²	y^ ³	Resíduo
1	4,3	1,0	15,0	450,0	4.597.385,2	9.857.489.808,9	- 16,1
3	1,0	-	11,0	209,0	248.131,3	123.601.098,9	- 19,7
4	1,0	-	15,0	600,0	34.752,2	6.478.496,7	196,9
7	1,0	-	17,0	680,0	150.916,0	58.627.712,3	- 167,9
10	1,0	-	20,0	800,0	478.266,9	330.754.285,6	308,4
11	1,7	-	11,0	440,0	252.332,6	126.753.491,7	- 47,8
18	1,7	-	10,0	385,0	200.506,6	89.782.787,2	123,6
25	1,0	-	20,0	880,0	196.836,7	87.329.138,1	- 393,7
30	1,0	1,0	84,0		30.243,6	5.259.577,2	16,1

RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,942817
R-Quadrado	0,888905
R-quadrado ajustado	0,555619
Erro padrão	136,5226
Observações	9

$nR^2 \sim X^2(m)$

em grandes amostras, "n" (nº de observações) vezes o R^2 segue uma distribuição qui-quadrado com grau de liberdade (gl) igual ao nº de regressores omitidos no modelo antigo

$nR^2 =$ 8,00014 $\sim \chi^2(m)$

m = 2 (VU^2 ; VU^3)

$$\hat{u}_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 X_i^2 + \alpha_4 X_i^3 + v_i$$

p-valor 0,0183

h0: o modelo está bem especificado

h1: o modelo não está bem especificado

α 0,05

a um nível de significância de 5%, podemos considerar que o modelo não está bem especificado

Figura 2.3 - Resultado do Teste do Multiplicador de Lagrange (autoria própria)

Indicador de Especificação = média dos valores-p dos testes

e) Linearidade

O indicador será composto por três parcelas:

- Verificação da correspondência entre o sentido da correlação constatada no mercado, capturada pela Matriz de Correlações, e o sentido da correlação constante no modelo;
- Aderência global do modelo, calculada pelo Coeficiente de Correlação Linear entre os valores observados e os valores estimados da variável dependente; e
- Aderência entre a correlação constatada no mercado, entre a variável dependente e a independente, capturada pela Matriz de Correlações, e a correlação calculada entre a variável independente e o valor da variável dependente estimada pelo modelo.

Essas operações constam na ilustração a seguir.

Verificação da Linearidade (inclinação e aderência)

modelo: Y = +83,24068498 +94,74519825 * X1² +110,5809231 * X2 +1070,663589 / X3 +1,067025806E-06 * X4²

Variável	X1	X2	X3	X4
transf	x²	x	1/x	x²

Inclinação: teste dos sinais

		X1	X2	X3	X4		
mercado	correlação	0,696119442	0,417307849	-0,10586485	-0,051008705	= Matriz Correlação	
	sinal do mercado	1	1	-1	-1		
modelo	Coef. Regressor	94,74	110,60	1.070,66	1,07		
	sinal regressor	1	1	1	1		
	transf. Var. Indep.	direta	direta	inversa	direta		
	sinal da transf.	1	1	-1	1		
	sinal do modelo	1	1	-1	1		
sinal merc = sinal do mod ?		sim	sim	sim	não	0,75	= a

Aderência:

Global (modelo): correl. entre Val. Obs. x Val. Estim.						0,979620826	= b
Parcial (regressores)							
	observada	0,6961	0,4173	-0,1059	-0,0510		
	estimada	0,85592	0,42198	-0,12835	-0,05024		
	Relação menor/maior	0,8133	0,9889	0,8248	0,9849	0,9030	= c
						0,66344	= Coef. Linearidade (= a x b x c)

Figura 3 - Construção do indicador de Linearidade (autoria própria)

Onde:
“a” = contagem “não” / contagem “sim”
“b” = CORREL(y ; y^), v. Fig.1
“c” = média das relações “menor/maior”

Indicador de Linearidade = a x b x c

f) Multicolinearidade
A análise da multicolinearidade está descrita na ilustração a seguir:

Dado utilizado	X1	X2	X3	X4	y (observado)
1	4,3	1,0	15,0	450,0	2.128,06
3	1,0	-	11,0	209,0	478,47
4	1,0	-	15,0	600,0	383,33
7	1,0	-	17,0	680,0	220,59
10	1,0	-	20,0	800,0	1.000,00
11	1,7	-	11,0	440,0	454,55
18	1,7	-	10,0	385,0	571,43
25	1,0	-	20,0	880,0	50,00
30	1,0	1,0	84,0	5.000,0	190,00

	X1	X2	X3	X4	
X1	1				
X2	0,5893697	1			
X3	-0,2064021	0,6544881	1		
X4	-0,2209306	0,6348449	0,9980728	1	
|soma|	1,0167023	1,2893331	0,9980728	3,3041082	= s
correlação média entre regressores				0,5506847	= a
Verificação de correlações parciais >0,8 ou < -0,8			"=1"	4	= m
			">+0,8"	5	= n
			"0,8<x<1"	1	=> p = n - m
			"< -0,8"	0	= q
			multicol	1	=> r = p + q
Conform.		% [-0,8 < xi < +0,8]		0,8333333	= b
Coef. Multicolinearidade				0,6608216	= a / b

Figura 4 - Construção do indicador de Multicolinearidade (autoria própria)

Onde:
“a” = “s” / {(nº de variáveis xi) x [(nº de variáveis xi) – 1]/2}
“b” = 1 – “r” / {(nº de variáveis xi) x [(nº de variáveis xi) – 1]/2}

Indicador de Multicolinearidade = a / b

g) Correlação Resíduos x Xi
- Correlação entre a variável Xi e o resíduo: =ABS(CORREL(Xi ; Resíduo))
- Indicador de Correlação Resíduos x Xi: média das correlações parciais entre os Xi e o resíduo

h) Significância dos regressores
A análise da significância dos regressores está descrita na ilustração a seguir:

MODELO 1					
Variáveis	Transf.	t Obs.	Sig.(%)		
X1	x^2	12,98	0		
X2	x	1,21	24,63		
X3	1/x	1,34	19,87		
X4	x^2	-8,16	0		
		k	4		
		média sig(%)+1	12,125		
		Sig.(%)		peso	
	enquadramento	0 < % < 10	0,5	4	2
		10 < % < 20	0,25	3	0,75
		20 < % < 30	0,25	2	0,5
		% > 30	0	1	0
				soma	3,25
		Coef. Sig. Reg.	0,268041	(= soma / média)	

Figura 5 - Construção do indicador de Correlação Resíduos x Xi (autoria própria)

Procedidos os cálculos para todos os modelos candidatos, os resultados são sintetizados na Tabela 1, conforme ilustração a seguir, onde são apresentados resultados de uma modelagem hipotética.

Pressuposto	Teste	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Normalidade	Shapiro-Wilk Test	0,4683	0,7586	0,0521	0,4799
	d'Agostino-Pearson	0,8519	0,2516	0,0162	0,5541
	Anderson-Darling	0,2255	0,6970	0,2161	0,4222
	Jarque-Bera	0,8904	0,5370	0,0292	0,5923
Homocedasticidade	Breusch-Pagan	0,0001	0,8529	0,0737	0,8056
	White	0,2903	0,5181	0,0116	0,5425
Presença de Outliers	Grubbs/ESD	2,00	2,00	1,00	1,00
	% outliers signif.	0	0	1	0
Especificação	Reset (Ramsey)	0,1111	0,0141	0,0151	0,0151
	Multipl. Lagrange	0,0183	0,0004	0,0095	0,0095
Linearidade	Sinais e aderência	0,6634	0,6590	0,6696	0,8846
		média	média	média	forte
Multicolinearidade	R de Pearson (média)	0,6608	0,3277	0,4125	0,4580
		média	média	média	média
Correlação Resíduos x Xi	R de Pearson (média)	0,0898	0,2003	0,0767	0,0305
		fraca	fraca	fraca	fraca
Signific. dos Regressores	Teste "t" e média	0,2680	0,4686	0,3351	0,2680

Figura 6 - Resultados dos testes (autoria própria)

A partir dos valores acima, foi extraída, para cada modelo, a média aritmética dos testes utilizados em cada pressuposto. Em seguida, fez-se a compatibilização das médias para que todos os valores funcionassem, nessa etapa, como um indicador do tipo "o maior é melhor". Os resultados constam na ilustração a seguir.

Pressuposto (valores médios)	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4		soma	
Normalidade	0,6090	0,5610	0,0784	0,5121		1,7606	"maior é melhor"
Homocedasticidade	0,1452	0,6855	0,0426	0,6741		1,5474	"verde é melhor"
Outliers significantes	0,7143	0,7143	0,4545	0,8333		2,7165	
Especificação	0,0647	0,0072	0,0123	0,0123		0,0966	
Linearidade	0,6634	0,6590	0,6696	0,8846		2,8766	
Multicolinearidade	1,5133	3,0517	2,4242	2,1835		9,1726	
Correlação Resíduos x Xi	11,1339	4,9915	13,0305	32,7957		61,9516	
Signific. dos Regressores	0,2680	0,4686	0,3351	0,2680		1,3398	

Figura 7 - Valores médios dos pressupostos (autoria própria)

A partir da comparação "par a par" ente os pressupostos básicos, foram estabelecidos pesos, com suporte do Método de Mudge, representado na ilustração a seguir, a fim de evidenciar a importância relativa entre os pressupostos.

Aplicação do Método de Mudge para definição dos pesos dos pressupostos básicos de modelos de regressão linear									
Normalidade	Homocedasticidade	Outliers significantes	Especificação	Linearidade	Multicolinearidade	Correlação Resíduos x Xi	Signific. dos regressores	TOTAL	Normal.
Normalidade	N2	N5	E3	L3	N3	N5	N1	16	14
	Homocedasticidade	H3	E5	L5	H3	H3	S1	9	8
		Outliers significantes	E7	L6	M3	O2	S7	2	2
			Especificação	E2	E6	E9	E3	35	30
				Linearidade	L5	L4	L3	26	22
					Multicolinearidade	M4	S5	7	6
						Correlação Resíduos x Xi	S7	1	1
							Signific. dos regressores	20	17
							TOTAL	116	100

Figura 8 - Definição de "pesos" utilizando o Método de Mudge (autoria própria)

Em seguida, fez-se a normalização por linha, ou seja, por cada pressuposto, o que possibilitou, a um só tempo, preservar a magnitude das diferenças entre os modelos para cada pressuposto, bem como uniformizar dimensionalmente por coluna, ou seja, por modelo, impedindo assim que algum pressuposto assuma o protagonismo da seleção final, o que deve se dar em função dos pesos dos pressupostos — aqui arbitrados com o auxílio do Método de Mudge —, e não da magnitude dimensional intrínseca do pressuposto. Os valores dos indicadores já normalizados constam na ilustração a seguir.

Quantificação do modelo por peso do pressuposto

Peso		Normalização por pressuposto	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4		
14		Normalidade	0,3459	0,3187	0,0445	0,2909		
8		Homocedasticidade	0,0939	0,4430	0,0275	0,4356		
2		Outliers significantes	0,2629	0,2629	0,1673	0,3068		
30		Especificação	0,6697	0,0750	0,1276	0,1276		"maior é melhor"
22		Linearidade	0,2306	0,2291	0,2328	0,3075		"verde é melhor"
6		Multicolinearidade	0,1650	0,3327	0,2643	0,2380		
1		Correlação Resíduos x Xi	0,1797	0,0806	0,2103	0,5294		
17		Signific. dos Regressores	0,2001	0,3498	0,2501	0,2001		
		score do modelo (prod.)	0,0279	0,0419	0,0618	0,0415	0,1731	<= "menor é melhor"
	a =	Normalizado:	0,1611	0,2423	0,3571	0,2395	soma	"verde é melhor"

Figura 9 - Quantificação do modelo por peso do pressuposto (autoria própria)

A fim de que o score de cada modelo se enquadre no mesmo padrão de leitura dos critérios clássicos de informação, onde o "menor é melhor", a penúltima linha da tabela da figura acima representa o inverso do produtório entre a coluna "peso" e a coluna do respectivo modelo. Esses valores foram somados a fim de possibilitar a normalização, na última linha, desses scores. Por sua vez, a última linha representa o valor normalizado do indicador, no formato "o menor é melhor".

Pelos valores acima, vê-se que, se tomados apenas pelo desempenho dos pressupostos, os melhores modelos seriam o Modelo 1 e o modelo 2. Na sequência, foram calculados os valores dos Critérios de Informação de Akaike, Schwarz e Mallows, conforme ilustrados a seguir.

Classificação do modelo pela média dos critérios de informação

		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	soma
Critérios de informação	AIC (Akaike)	268,2068	234,5939	224,4530	211,6009	727,2537
	BIC (Schwarz)	269,6346	235,5430	226,1706	211,2981	731,3482
	Cp (Mallows)	9,31971	9,00000	7,43868	7,00000	25,7584

		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Normalização dos critérios de informação	AIC (Akaike)	0,3688	0,3226	0,3086	0,2910
	BIC (Schwarz)	0,3687	0,3221	0,3093	0,2889
	Cp (Mallows)	0,3618	0,3494	0,2888	0,2718
***b* =**	score do modelo (média)	0,3664	0,3313	0,3022	0,2839

"menor é melhor"
"verde é melhor"

$$C_p = \frac{SQR_p}{\hat{\sigma}^2} - (n - 2p)$$

Figura 10 - Classificação do modelo pela média dos critérios de informação (autoria própria)

Pelos valores acima, vê-se que, se considerados apenas os valores dos critérios de informação, os melhores modelos seriam o Modelo 4 e o Modelo 3.

Por fim, conforme ilustrado a seguir, fez-se a ponderação dos valores fornecidos pelos critérios de informação para cada modelo, multiplicando-os pelos scores dos seus respectivos pressupostos:

Seleção de modelo por critério de informação ponderado pelo peso dos pressupostos

	ordem =>	1	3	4	2	**soma**
	score final do modelo	0,0460	0,0625	0,0841	0,0529	0,2455
c = b * a	Normalizado:	0,18728552	0,2547	0,3423	0,2156	"menor é melhor"
	(menor é melhor)	**Modelo 1**	**Modelo 2**	**Modelo 3**	**Modelo 4**	"verde é melhor"
	melhor modelo:	**Modelo 1**				

Figura 11 - Normalização dos pressupostos e seleção final do modelo (autoria própria)

A seleção baseada nos valores dos critérios de informação, ponderados com indicadores de desempenho dos pressupostos, indicou como melhor modelo, dentre os candidatos, o Modelo 1.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O critério acima proposto foi aplicado em casos reais, onde foram obtidos os seguintes resultados.

<u>**Caso 1:** avaliação de valor locativo:</u>

Quantificação do modelo por peso do pressuposto

Peso		**Normalização por pressuposto**	**Modelo 2**	**Modelo 3a**	**Modelo 5**	
17		Normalidade	0,4474	0,4560	0,0967	
10		Homocedasticidade	0,3333	0,4154	0,2513	
2		Outliers significantes	0,3333	0,3333	0,3333	
36		Especificação	0,4200	0,5530	0,0269	
27		Linearidade	0,2944	0,3306	0,3750	
7		Multicolinearidade	0,1651	0,2631	0,5718	
1		Correlação Resíduos x Xi	0,3591	0,3808	0,2600	
		score do modelo (prod.)	0,0276	0,0229	0,0496	0,1001
	a =	Normalizado:	0,2760	0,2290	0,4950	**soma**

Figura 12 - Caso 1 - Quantificação do modelo por peso do pressuposto (autoria própria)

Pelos valores acima, vê-se que, se tomados apenas pelo desempenho dos pressupostos, os melhores modelos seriam o Modelo 3a e o Modelo 2.

Classificação do modelo pela média dos critérios de informação

		Modelo 2	**Modelo 3a**	**Modelo 5**
Normalização dos critérios de informação	AIC (Akaike)	0,5721	0,1214	0,3065
	BIC (Schwarz)	0,6164	0,1663	0,2173
	Cp (Mallows)	0,2245	0,2954	0,4801
b =	score do modelo (média)	0,4710	0,1944	0,3346

Figura 13 - Caso 1 - Classificação do modelo pela média dos critérios de informação (autoria própria)

Pelos valores acima, vê-se que, se considerados apenas os valores dos critérios de informação, os melhores modelos seriam o Modelo 3a e o Modelo 5.

Seleção de modelo por critério de informação ponderado pelo peso dos pressupostos

	ordem =>	2	1	3	**soma**
	score final do mode	0,1300	0,0445	0,1657	0,3402
c = b * a	Normalizado:	0,3822	0,1308	0,4870	"menor é melhor"
	(menor é melhor)	**Modelo 2**	**Modelo 3a**	**Modelo 5**	"verde é melhor"
	melhor modelo:	**Modelo 3a**			

Figura 14 - Caso 1 – Normalização dos pressupostos e seleção final do modelo (autoria própria)

Para o Caso 1, a seleção baseada nos valores dos critérios de informação, ponderados com indicadores de desempenho dos pressupostos, indicou como melhor modelo, dentre os candidatos, o Modelo 3a.

Esse resultado confirma a escolha do Modelo 3a como o melhor, obtido tanto pelo desempenho dos pressupostos (Fig. 12), quanto pelos critérios de informação (Fig. 13); todavia, altera a ordem de classificação do modelo classificado em segundo lugar pelos critérios de informação, e ratifica a classificação integral obtida pelo desempenho dos pressupostos.

Os critérios de informação não foram capazes de capturar o baixíssimo desempenho do indicador de Especificação do Modelo 5 (0,0269), cujo peso é o maior.

Caso 2: avaliação de terra nua em desapropriação parcial:

Quantificação do modelo por peso do pressuposto

Peso		Normalização por pressuposto	Modelo 5	Modelo 5-B	Modelo 4	Modelo 4-A		
14		Normalidade	0,3459	0,3187	0,0445	0,2909		
8		Homocedasticidade	0,0939	0,4430	0,0275	0,4356		
2		Outliers significantes	0,2629	0,2629	0,1673	0,3068		
30		Especificação	0,0799	0,2090	0,3555	0,3555		"maior é melhor"
22		Linearidade	0,2182	0,2328	0,2365	0,3125		"verde é melhor"
6		Multicolinearidade	0,2565	0,2962	0,2353	0,2119		
1		Correlação Resíduos x Xi	0,3261	0,1462	0,3816	0,1462		
17		Signific. dos Regressores	0,4890	0,2524	0,1814	0,0772		
		score do modelo (prod.)	0,0426	0,0383	0,0456	0,0352	0,1264	<= "menor é melhor"
	a =	Normalizado:	0,3367	0,3026	0,3607	0,2781	soma	"verde é melhor"

Figura 15 - Caso 2 - Quantificação do modelo por peso do pressuposto (autoria própria)

Pelos valores acima, vê-se que, se tomados apenas pelo desempenho dos pressupostos, os melhores modelos seriam o Modelo 4-A e Modelo 5-B.

Classificação do modelo pela média dos critérios clássicos de informação

		Modelo 5	Modelo 5-B	Modelo 4	Modelo 4-A	soma	
Critérios clássicos	AIC (Akaike)	268,2068	234,5939	224,4530	211,6009	727,2537	"menor é melhor"
	BIC (Schwarz)	269,6346	235,5430	226,1706	211,2981	731,3482	"verde é melhor"
	Cp (Mallows)	9,31971	7,00000	7,43868	7,00000	23,7584	

		Modelo 5	Modelo 5-B	Modelo 4	Modelo 4-A
Normalização dos	AIC (Akaike)	0,3688	0,3226	0,3086	0,2910
	BIC (Schwarz)	0,3687	0,3221	0,3093	0,2889
	Cp (Mallows)	0,3923	0,2946	0,3131	0,2946
b =	score do modelo (média)	0,3766	0,3131	0,3103	0,2915

$$C_p = \frac{SQR_p}{\hat{\sigma}^2} - (n - 2p)$$

Figura 16 - Caso 2 - Classificação do modelo pela média dos critérios de informação (autoria própria)

Pelos valores acima, vê-se que, se considerados apenas os valores dos critérios de informação, os melhores modelos seriam o Modelo 4-A e o Modelo 4.

Seleção de modelo por critério de informação ponderado pelo peso dos pressupostos

		4	2	3	1	soma
	score final do modelo	1,2678	0,9474	1,1195	0,8106	3,3347
c = *b* * *a*	Normalizado:	0,3802	0,2841	0,3357	0,2431	"menor é melhor"
	(menor é melhor)	Modelo 5	Modelo 5-B	Modelo 4	Modelo 4-A	"verde é melhor"
	melhor modelo:	Modelo 4-A				

Figura 17 - Caso 2 – Normalização dos pressupostos e seleção final do modelo (autoria própria)

Para o Caso 2, a seleção baseada nos valores dos critérios de informação, ponderados com indicadores de desempenho dos pressupostos, indicou como melhor modelo, dentre os candidatos, o Modelo 4-A.

Esse resultado confirma a escolha do Modelo 4-A como o melhor, obtido tanto pelo desempenho dos pressupostos (Fig. 15), quanto pelos critérios de informação (Fig. 16); todavia, altera a ordem de classificação dos demais modelos, conforme demonstrado na ilustração a seguir.

Classificação	Pressupostos básicos	Critério de informação	Ponderado (final)
1º	4-A	4-A	4-A
2º	5-B	4	5-B
3º	5	5-B	4
4º	4	5	5

Figura 18 - Caso 2 – Normalização dos pressupostos e seleção final do modelo (autoria própria)

O Modelo 4 foi classificado em último lugar pelo critério de desempenho dos pressupostos, em face da baixa performance em Normalidade, Homocedasticidade e Significância dos regressores, que tem peso considerável (39%) no score final, enquanto o critério de informação o classificou em segundo lugar, certamente por não estar habilitado a capturar essa deficiência de desempenho. Em contrapartida, o Modelo 5 foi classificado em último lugar tanto pelo critério de informação, quanto pelo critério final de ponderação, enquanto o critério de desempenho dos pressupostos o classificou em quarto lugar. O Modelo 5 tem 5 variáveis independentes, enquanto os modelos 4 e 4-A tem 4 variáveis, fato esse tido por irrelevante para o critério do desempenho dos pressupostos básicos, mas de capital importância para os critérios de informação, que penalizam modelos com maior número de variáveis, conforme o princípio da parcimônia.

Esse resultado é útil para confirmar que nenhum dos critérios — conforme vaticinado por Gujarati —, quer seja o de desempenho dos pressupostos ou o de informação, são capazes, isoladamente, de sopesar tanto a questão do número de variáveis, número de dados, erro médio e desempenho dos pressupostos, para a seleção do melhor modelo, o que valida a utilização do critério ora proposto, cuja finalidade é a de ponderar os valores calculados pelos critérios de informação com os valores de desempenho dos pressupostos básicos.

5. CONCLUSÕES

A seleção de modelos tem nos critérios de informação (*AIC* de Akaike, *BIC* de Schwarz e *Cp* de Mallows, dentre outros) a ferramenta de predileção entre os operadores (pesquisadores, engenheiros, estatísticos, economistas, etc.), tanto pela facilidade e praticidade de sua aplicação, como pela popularização catapultada pelos softwares de análises estatísticas.

Fundamentados no princípio da parcimônia, os critérios de informação privilegiam os modelos com menor número de variáveis preditoras, em detrimento dos modelos com maior quantidade de regressores. Essa perspectiva sobre a qual foram moldados não garante, todavia, que o modelo selecionado seja também o de melhor desempenho no cumprimento dos pressupostos básicos do Modelo Clássico de Regressão Linear, cuja negligência pode trazer resultados danosos à predição pretendida e para a qual o modelo foi gestado.

Em face dessa deficiência nos critérios clássicos de informação, propõe-se a aplicação de um fator de ponderação sobre os valores fornecidos pelos critérios de informação, fator esse calculado a partir da mensuração do desempenho dos pressupostos básicos.

A metodologia ora proposta foi aplicada em dois casos reais, onde foi possível detectar a influência do fator de ponderação na classificação final dos modelos candidatos.

Os resultados ressaltaram também o risco de os critérios de informação selecionarem modelos com deficiências severas em pressupostos de extrema relevância, como o da Especificação do modelo; mostraram, igualmente, que selecionar o modelo com base apenas no desempenho dos pressupostos pode ser temerário, uma vez que uma das grandezas fundamentais nos critérios de informação, a da quantidade de variáveis, não tem status de pressuposto básico, sendo apenas inferida tangencialmente na Micronumerosidade. Em suma, a seleção de modelos deve se valer tanto da abordagem propiciada pelos critérios de informação, como pelo sopesamento do desempenho dos pressupostos básicos, sendo essa a contribuição trazida pela metodologia proposta.

Um ponto a se otimizar na metodologia é o do arbitramento dos pesos dos pressupostos, que podem ser obtidos por meio da técnica da opinião especializada.

Além da finalidade precípua que é a de selecionar o melhor modelo de predição, a metodologia também se mostra útil em casos de perícias complexas ou de disputas em arbitragens, em que o papel de um modelo matemático seja de relevância ao deslinde da questão.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 14653-1:2019: **Avaliação de bens. Parte 1: Procedimentos gerais**. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019. 19 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 14653-2:2011: **Avaliação de bens. Parte 2: imóveis urbanos**. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2011. 54 p.

DAL BELLO, Luiz Henrique Abreu. **Modelagem em experimentos mistura-processo para otimização de processos industriais**. Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2010. orientador: Antônio Fernando de Castro Vieira. 135 p.

DANTAS, Rubens Alves. **Engenharia de avaliações:** Uma introdução à metodologia científica. São Paulo: Pini, 1998. 250 p.

DANTAS, Rubens Alves; MAGALHÃES, André Matos; VERGOLINO, José Raimundo de Oliveira. **Modelos espaciais aplicados ao mercado de apartamentos do Recife**. In: XII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS, 2003, Belo Horizonte. Artigo. Brasília: IBAPE, 2003. p. 1 - 25.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria**: princípios, teoria e aplicações práticas. 1 ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2019. 522 p.

GUJARATI, Damodar N.; PORTER, Dawn C. **Econometria básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 924 p.

MATOS, Orlando Carneiro de. **Econometria básica**: teoria e aplicações. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2000. 300 p.