

AVALIAÇÃO EM MASSA DE APARTAMENTOS COM USO DE REGRESSÃO GEOGRAFICAMENTE PONDERADA

Mass appraisal of apartments with use Geographically Weighted Regression

Carlos Augusto Zilli

<http://orcid.org/0000-0002-4926-1186> 

Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC),
Florianópolis, Brasil
carloszilli@gmail.com

Luiz Fernando Palin Droubi

<http://orcid.org/0000-0002-5971-7220> 

Secretaria Geral de Patrimônio da União (SPU),
Florianópolis, Brasil
lfpdroubi@gmail.com

Norberto Hochheim

<http://orcid.org/0000-0003-4670-4831> 

Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC),
Florianópolis, Brasil
hochheim@gmail.com

RESUMO

O uso da planta de valores genéricos (PVG) para fins de tributação imobiliária é uma eficiente ferramenta que os municípios dispõem para formação da base de cálculo do imposto predial e territorial urbano (IPTU). Essa base de cálculo é obtida, em geral, por meio de processos de avaliação em massa de imóveis. Nesse processo, um desafio comum é encontrar um modelo capaz de tratar adequadamente os habituais efeitos espaciais. Para tanto, este estudo investiga a aplicação da regressão geograficamente ponderada (GWR) na avaliação em massa de imóveis urbanos, comparando seus resultados com os obtidos pela regressão clássica (OLS). O estudo contou com 118 dados de apartamentos dos bairros Trindade e Agronômica, em Florianópolis/SC, dos quais 100 foram utilizados para gerar os modelos e 18 para validá-los. Os valores preditos pelas modelagens foram utilizados de forma combinada com o interpolador de krigagem para gerar uma PVG representativa da área em estudo. Os resultados mostraram superioridade da modelagem GWR em todos os indicadores de qualidade e desempenho, com previsões muito mais precisas, demonstrando ser essa uma alternativa viável para geração da base de cálculo do IPTU, possibilitando, assim, uma tributação mais justa e equânime, pilares basilares para que se alcance justiça fiscal.

Palavras-Chave: Regressão geograficamente ponderada; Planta de valores genéricos; Economia imobiliária; Engenharia de avaliações; Econometria espacial.

ABSTRACT

The use of the Property Value Map (PVG) for real estate taxation purposes is an efficient tool that municipalities can use as the calculation base to establish the Brazilian property tax (IPTU). This calculation base is generally obtained through mass valuation processes of real estate. A common challenge in this process is finding a model capable of adequately treating the usual spatial effects. To this end, this study investigates the application of geographically weighted regression (GWR) in the mass evaluation of urban real estate, comparing its results with those obtained with classical regression (OLS). The study could count on 118 data points from apartments in the Trindade and Agronômica neighborhoods in Florianópolis/SC, of which 100 were used to generate the models and 18 to validate them. The values predicted by the models were used in combination with the kriging interpolation to generate a property value map representative of the area under study. The results showed the superiority of the GWR modeling in all quality and performance indicators, with much more accurate predictions, revealing it to be a viable alternative for the generation of the calculation base of the IPTU tax, thus enabling a fairer and more equitable taxation, basic pillars for achieving fiscal justice.

Keywords: Geographically weighted regression; Property value map; Real estate economics; Real estate valuation engineering; Spatial econometrics.

Preenchimento dos Editores

INFORMAÇÕES SOBRE O ARTIGO

Submetido em 15/04/2022
Publicado em 15/06/2022

Comitê Científico Interinstitucional
Editor-Responsável: Carlos Augusto Zilli
(SEER/OJS – Versão 3)



1. INTRODUÇÃO

O Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) é uma importante fonte de arrecadação de recursos financeiros destinados à gestão urbana dos municípios brasileiros. Segundo a IMF (2017), no Brasil, os indicadores de arrecadação do IPTU têm variado entre 0,40% e 0,45% do PIB desde o ano de 2000. Em 2016 as receitas do IPTU atingiram 0,50% do PIB, colocando o país na frente do México (0,2%) e da Argentina (0,4%), porém atrás da Colômbia (0,8%) e da África do Sul (1,3%).

Conforme a Constituição Federal (1988), o Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) é um imposto de competência dos municípios e do Distrito Federal, incidente sobre a propriedade de imóveis localizados dentro das áreas urbanas. O IPTU é determinado a partir do valor venal da propriedade, podendo ter alíquotas diferenciadas, de acordo com a localização e utilização do imóvel.

Em geral, a diferença entre o valor de mercado dos imóveis e os valores venais que constam nas plantas de valores genéricos (PVG's) dos municípios apresenta discrepâncias significativas. Essas discrepâncias se dão em decorrência da desatualização desse produto cartográfico na grande maioria das prefeituras brasileiras, impedindo a implantação de uma política tributária com justiça fiscal.

O valor venal dos imóveis, que serve como base de cálculo para o IPTU, precisa ser corretamente determinado e, periodicamente, atualizado, por meio de sistemas de avaliação em massa de imóveis. Entretanto, se esses sistemas são falhos, a base de cálculo do IPTU torna-se deteriorada e os contribuintes acabam tendo diferentes níveis de tributação efetiva, causando inequidade.

Concomitante a isso, segundo Liporoni (2013), a avaliação em massa tem como objetivo a determinação, em larga escala, dos valores de imóveis, de forma a manter justa proporcionalidade desses valores entre si, em face da sua localização e das características específicas dos bens imóveis.

Entre as técnicas comumente empregadas para a avaliação em massa, está a regressão linear múltipla por mínimos quadrados (OLS). Contudo, tem-se verificado a necessidade de se incorporar variáveis de localização nos modelos com o objetivo de se modelar os chamados efeitos espaciais.

Conforme Dantas (2003), o tratamento incompleto ou inadequado dos efeitos espaciais pode gerar sérios problemas de estimação do modelo, pois, na presença de dependência espacial nos resíduos, os parâmetros estimados são ineficientes e, nesse caso, os testes de significância e os intervalos de confiança inferidos não são mais válidos e as decisões são enganosas.

Em relação a essas técnicas que incorporam efeitos espaciais na geração de modelos de avaliação, está a Regressão Geograficamente Ponderada - *Geographically Weighted Regression* (GWR) - que possibilita o ajuste de um modelo de regressão para cada ponto do conjunto de dados, ponderando, dessa forma, todas as demais observações, como função da distância ao respectivo ponto.

O modelo de regressão GW é útil para modelar os chamados processos heterogêneos (não estacionários) espacialmente, ou seja, processos que variam de região para região, fazendo com que a modelagem da tendência espacial ocorra de forma contínua, com parâmetros variando no espaço.

Dessa forma, ao se utilizar a modelagem GWR, tem-se como vantagem a possibilidade de variação dos parâmetros do modelo conforme a sua localização geográfica, ao passo que um modelo de regressão espacial global pode não representar adequadamente as variações locais.

Frente a esse cenário, este trabalho se propõe a aplicar a técnica de modelagem GWR no tratamento dos efeitos decorrentes da dependência e heterogeneidade espaciais, visando a obtenção de modelos mais eficientes e precisos, que considerem os efeitos espaciais presentes nos dados.

Sendo assim, objetiva-se investigar como se dá o processo de avaliação em massa de imóveis utilizando modelagem GWR para a geração de uma superfície de valores unitários homogeneizados de apartamentos, abrangendo os bairros Trindade e Agrônômica, em Florianópolis (SC).

Como base de dados para essa pesquisa, utilizou-se 118 dados de mercado referentes aos bairros Agrônômicos e Trindade, coletados entre março e abril de 2020, disponíveis em Zilli (2020), bem como se realizou a modelagem por meio das regressões clássica (OLS) e geograficamente ponderada (GWR). Os resultados foram avaliados na qualidade e no desempenho das predições.

Então, a motivação e a justificativa para o desenvolvimento deste trabalho decorrem da necessidade premente de se ter um método mais preciso e, ao mesmo tempo justo, de avaliação em massa de imóveis para fins fiscais. Com o desenvolvimento desse estudo, pretende-se gerar conhecimentos que contribuirão para a solução de problemas relacionados à avaliação em massa de imóveis, como, por exemplo, a geração de plantas de valores genéricos (PVG's) para prefeituras.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. AVALIAÇÃO EM MASSA DE IMÓVEIS E PLANTA DE VALORES GENÉRICOS

Conforme Cesare (2012), a avaliação em massa de imóveis consiste no desenvolvimento de modelos genéricos, originados com base em uma amostra de dados, os quais são aplicados levando-se em conta as informações cadastrais. Esses modelos devem ser construídos com base em métodos normatizados e análises estatísticas capazes de estimar com acurácia o valor dos bens.

Liporoni (2013) ensina que, após a coleta de uma amostra representativa da região, deve-se identificar as variáveis influenciadoras e estabelecer a situação paradigma da região para, desta forma, fazer o tratamento da amostra coletada e, então, realizar a análise das características observadas.

Nesse sentido, a avaliação em massa consiste em determinar os valores de todos os imóveis de uma região ou município, sendo que uma importante aplicação das avaliações em massa de imóveis é na tributação imobiliária, por meio dos valores constantes na planta de valores genéricos (PVG). Uma PVG expressa o termo genérico aplicado ao tipo de valor a que esse instrumento fiscal faz referência.

Conforme Liporoni (2013), a PVG é parte integrante e básica do sistema de informações do cadastro municipal e, juntamente ao cadastro imobiliário, forma a base de cálculo do IPTU e do ITBI. Assim, a planta de valores genéricos (PVG) é a representação gráfica ou listagem dos valores genéricos do metro quadrado de terreno ou do imóvel em uma mesma data (NBR 14.653-2, 2011).

Nesse sentido, a principal função da planta de valores genéricos é permitir a definição de uma política de tributação imobiliária que seja, acima de tudo, justa e equânime. Assim, o processo de avaliação de imóveis para elaboração de uma PVG exige a compreensão das características básicas da população de imóveis da cidade, de modo que o modelo adotado permita a avaliação de todos eles, salvo exceções, pois, ao final, deve-se obter o valor individual de cada um dos imóveis.

Para se analisar o desempenho de uma avaliação em massa, utilizada para a geração de PVGs, sugere-se verificar se esta cumpre as condições da *International Association of Assessing Officers* (IAAO, 2013). O desempenho das avaliações em massa consiste em se comparar os valores obtidos na avaliação com os valores praticados no mercado, ou seja, o valor de mercado dos imóveis.

Os parâmetros de desempenho das avaliações em massa recomendados pela norma IAAO são:

1. Mediana das Razões de Avaliação (Med R): É uma medida de desempenho global e, para seu cálculo, dada uma observação i cujo preço de venda é P_v e cujo valor calculado pelo modelo é P_c , chama-se razão de avaliação (R_i) o quociente $R_i = P_c/P_v$. Toma-se, então, a mediana de todos R_{i_s} .

2. Coeficiente de Dispersão da Mediana (COD): É o desvio médio expresso em termos percentuais do nível em que cada propriedade foi avaliada em relação à mediana do valor avaliado dividido pelo valor de mercado. O coeficiente mede a variabilidade (grau de uniformidade) das avaliações.

3. Diferencial Relativo ao Preço (PRD): É um indicador utilizado para medir a equidade vertical da avaliação e serve para se verificar diferenças sistemáticas na forma que são avaliados os imóveis de valores mais altos e os imóveis de valores mais baixos. Para se obter o diferencial relativo ao preço, deve-se dividir a média das razões de avaliação pela média ponderada das razões de avaliação.

Na Tabela 1 são apresentados os limites recomendados pela IAAO para as avaliações em massa.

Tabela 1 - Limites para os parâmetros de avaliação em massa (IAAO, 2013).

Indicador	Recomendação
Mediana das Razões de Avaliação (Med R)	$0,90 < \text{Med R} < 1,10$
Coeficiente de Dispersão da Mediana (COD)	$\text{COD} \leq 15\%$
Diferencial Relativo ao Preço (PRD)	$0,98 \leq \text{PRD} \leq 1,03$

Os parâmetros da Tabela 1 são definidos para imóveis tipo apartamento, em zonas urbanas e heterogêneas. É desejável que a avaliação em massa apresente parâmetros calculados dentro dos limites estabelecidos pela *International Association of Assessing Officers* (IAAO, 2013).

2.2. REGRESSÃO GEOGRAFICAMENTE PONDERADA

O modelo de regressão geograficamente ponderada (RGP), em inglês *geographically weighted regression* (GWR), foi proposto por Brunson, Fotheringham e Charlton (1996) como um método para

modelar a não estacionaridade (heterogeneidade) espacial, condição na qual a adoção de um modelo de regressão espacial global não conseguiria explicar de maneira adequada as relações existentes entre algumas variáveis definidas em determinada região geográfica.

Nesse sentido, a ideia básica da GWR é ajustar um modelo de regressão para cada ponto do conjunto de dados, ponderando todas as demais observações como função da distância a este ponto. Isso corresponde a considerar que observações mais próximas ao ponto em estudo tenham maior influência nos parâmetros estimados da regressão do que observações mais distantes.

Pelo modelo clássico de regressão linear não-espacial em que a variável explicada y é representada como uma combinação linear de variáveis explicativas x_j , pode-se obter a estimativa de y para um ponto i a partir da equação de regressão dada pela equação (1).

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot x_{ij} + \varepsilon_i \quad (1)$$

Onde, ε_i é o erro relacionado a i -ésima observação;

y_i é a i -ésima observação da variável resposta, com $i = 1, \dots, n$;

x_{ij} é a j -ésima variável preditora para i -ésima observação, com $j = 1, \dots, p$.

Esse modelo assume que os coeficientes da relação linear entre a variável explicada e as variáveis explicativas são constantes, independente da posição geográfica. Segundo Fotheringham et al. (1998), a modelagem GWR consiste numa técnica simples de extensão da regressão convencional, permitindo que parâmetros locais, em vez de globais, sejam estimados. Sendo assim, dado um modelo clássico de regressão linear não-espacial, a expressão equivalente GWR é dada por (2).

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^p \beta_j(u_i, v_i) \cdot x_{ij} + \varepsilon_i \quad (2)$$

Onde, (u_i, v_i) é a posição coordenada do i -ésimo ponto no espaço;

$\beta_j(u_i, v_i)$ é o resultado da função contínua dada pelo ponto i .

No modelo, $(y_i | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ são observações da variável resposta y e de variáveis explicativas $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$, no local (u_i, v_i) da região geográfica estudada e $\beta_j(u_i, v_i)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) são p funções de posições geográficas, desconhecidos. Os $\beta_j(u_i, v_i)$ são estimados localmente em cada posição (u_i, v_i) pelo procedimento dos mínimos quadrados ponderados, no qual são utilizados alguns pesos de decaimento em função da distância. Como no modelo clássico de regressão, na modelagem GWR o termo de erro aleatório também segue a distribuição normal, com média zero e variância constante.

Funções de Ponderação Espacial

O modelo de regressão geograficamente ponderada (GWR) considera uma ponderação geográfica na estimação dos parâmetros do modelo, em que cada observação da amostra é ponderada em função da sua distância para o ponto base da regressão. Nesse caso, as observações mais próximas possuem um peso maior, ao passo que as observações mais distantes, possuem um peso menor.

Na modelagem GWR, o parâmetro β representa a largura de banda (*bandwidth*), parâmetro que controla a variância da função de ponderação (*kernel*) e determina o decaimento do peso em função da distância. Ele pode ser fixo ou variar espacialmente de acordo com a disposição dos dados.

Nesse caso do modelo GWR, a ponderação é feita pela função *kernel* espacial. De forma prática, o *kernel* usa a distância (d_{ij}) entre dois pontos geográficos representando duas regiões, e um parâmetro de largura de banda (β), para determinar um peso (w_{ij}) entre essas duas regiões, que é inversamente relacionado à distância geográfica. A Figura 1 mostra como o *kernel* espacial opera.

A Figura 1 ilustra o *bandwidth* em uma função de ponderação, em que x é o ponto de regressão, \bullet é a observação, w_{ij} é o peso da observação j no ponto de regressão i e d_{ij} é a distância entre o ponto de regressão i e a observação j . O uso de funções contínuas permite a inclusão de contribuições fracionárias, fazendo com que pontos mais distantes tenham contribuições menos significativas.

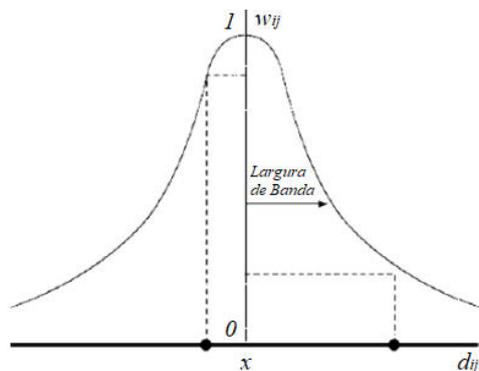


Figura 1 - Esquema de Kernel Espacial e Bandwidth (adaptado de Fotheringham et al., 1998).

Em geral, as duas principais funções de ponderações encontradas na literatura são as funções Gaussiana (em inglês, *Gaussian*) e Biquadrática (em inglês, *Bisquare*), conforme Tabela 2.

Tabela 2 - Funções de Ponderação ou Kernels (adaptado de Mei et al., 2004).

Função de Ponderação	Equação da Função de Ponderação	
(1) Gaussiana Fixa	$w_{ij} = \exp[-(d_{ij} / \beta)^2]$,	$j = 1, 2, \dots, n.$
(2) Gaussiana Variável	$w_{ij} = \exp[-(d_{ij} / \beta_{i(k)})^2]$,	$j = 1, 2, \dots, n.$
(3) Biquadrática Fixa	$w_{ij} = \begin{cases} [1 - (d_{ij} / \beta)^2]^2, & \text{se } d_{ij} \leq \beta \\ 0, & \text{se } d_{ij} > \beta \end{cases}$	$j = 1, 2, \dots, n.$
(4) Biquadrática Variável	$w_{ij} = \begin{cases} [1 - (d_{ij} / \beta_{i(k)})^2]^2, & \text{se } d_{ij} \leq \beta \\ 0, & \text{se } d_{ij} > \beta \end{cases}$	$j = 1, 2, \dots, n.$

Pela Tabela 2, pode-se observar que as principais funções de ponderação são a Gaussiana e a Biquadrática, as quais estão subdivididas em dois tipos: fixas ou variáveis, que diferem entre si pela escolha da largura de banda β . Nas funções, o parâmetro d_{ij} refere-se à distância entre o ponto de regressão i e a observação j , o parâmetro β refere-se à suavização fixa, e o parâmetro $\beta_{i(k)}$ refere-se à suavização variável, com o índice k representando o número de vizinhos mais próximos do ponto i .

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa tem como área de estudo os bairros Agrônômica e Trindade, no município de Florianópolis (SC), conforme Figura 2. A Agrônômica é considerada um bairro nobre na região de Florianópolis, ostentando imóveis relativamente novos e de alto padrão. A Avenida Beira Mar, que concentra alguns dos apartamentos mais caros de Florianópolis, estende-se até parte da Agrônômica. A Trindade é considerada um bairro universitário por sediar o principal campus da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC); neste bairro, em geral, são encontrados os imóveis mais antigos.



Figura 2 – Localização dos bairros Agrônômica e Trindade em Florianópolis/SC.

Como material para essa pesquisa, utilizou-se dados de mercado coletados entre março e abril de 2020. Os dados foram tratados no *Infer 32*, para modelagem da regressão clássica; *GWR4*, para modelagem GWR; *Excel 2010*, para cálculos e tabulação dos dados; *R 3.5.3*, para geração dos gráficos e realização de testes; e *Surfer 15* para modelagem das superfícies de valores unitários.

Para esta pesquisa, foram utilizados 118 dados de mercado, dos quais 100 foram usados como amostra de trabalho e 18 como amostra de validação, com o objetivo de analisar o desempenho das modelagens. Todos os dados estão presentes em Zilli (2020) e podem ser vistos na Figura 3.

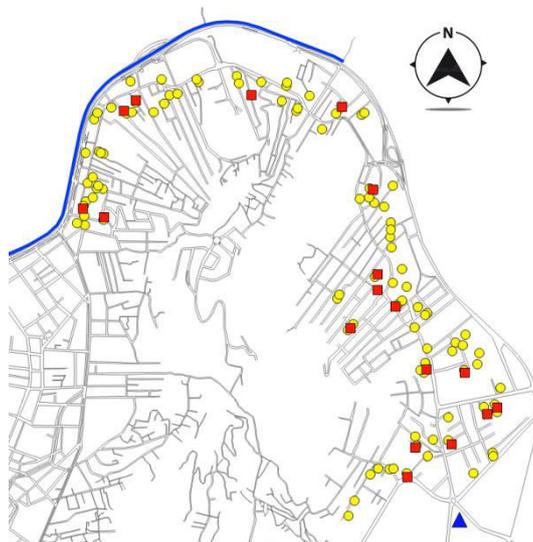


Figura 3 – Espacialização dos dados de mercado utilizados neste estudo.

Na Figura 03, os pontos amarelos representam os 100 dados de mercado da amostra de trabalho e os quadrados em vermelho representam os 18 dados da amostra de validação. O triângulo em azul (UFSC), e a linha em azul (Avenida Beira Mar), representam supostos polos de valorização.

Para este estudo, foram consideradas as variáveis valor unitário (VU), em R\$/m²; área privativa (AP), em m²; distância à Avenida Beira Mar (DBM) e à Universidade Federal (DUF), em metros; número de dormitórios (ND) e de vagas de garagens (NG), em unidades; existência de piscina (PS), dicotômica de códigos 0 e 1; e padrão (PC), de códigos alocados do padrão baixo (1) ao alto (3).

Na Figura 4, é apresentada a sequência de etapas metodológicas realizadas neste estudo para se atingir o obtivo proposto. Em seguida, é descrito brevemente cada uma dessas etapas propostas.

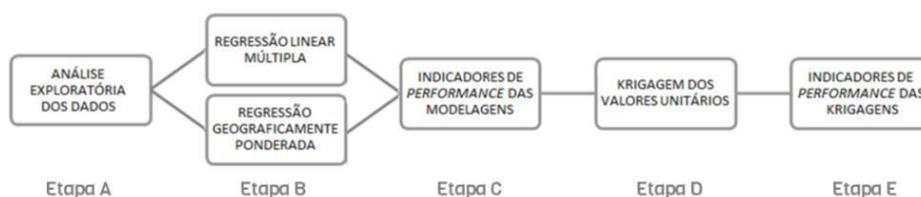


Figura 4 – Etapas metodológicas realizadas neste estudo.

Etapa A - Realizou-se a análise exploratória dos dados, com o objetivo de conhecê-los e verificar como se dá a relação das variáveis explicativas entre si e destas com a variável explicada VU. Fez-se uma análise dos diagramas de dispersão, a plotagem dos histogramas de frequências, a verificação de possíveis transformações nas variáveis, por meio de diagramas *Box-Cox* e testes de significância e de correlação, com o objetivo de verificar variáveis relevantes para a formação dos valores dos imóveis.

Etapa B (OLS) - Fez-se a modelagem dos dados, buscando estimar a melhor equação de regressão pelo método dos mínimos quadrados (OLS), utilizando como ferramenta o *software* *Infer 32*. Foram testadas transformações nas variáveis em estudo, de modo que o modelo de regressão escolhido fosse o melhor dentre os possíveis e que não violasse os pressupostos básicos da regressão clássica.

Etapa B (GWR) - Realizou-se a modelagem por regressão geograficamente ponderada (GWR). Inicialmente, definiu-se que o critério de seleção do modelo seria aquele que apresentaria o menor valor no Critério de Informação de Akaike (AIC). Utilizou-se o *software* *GWR4* para modelagem dos dados e testou-

se, para todos os 4 tipos de função de ponderação (gaussiano fixo e variável, biquadrático fixo e variável), as mais diversas larguras de banda, por meio da função “*Golden Section Search*”, que busca a melhor largura de banda por intermédio de critérios definidos pelo usuário.

Etapa C - A *performance* das modelagens foi verificada por meio do Critério de Informação de Akaike (AIC), Critério de Informação Bayesiano (BIC), log Likelihood (LIK), desvio padrão e coeficiente de determinação (R^2). Fez-se, também, o gráfico de predição e o cálculo da raiz do erro quadrático médio (RMSE) e do erro relativo das modelagens ($ERRO_{REL}$). Calculou-se, ainda, a mediana das razões de avaliação (Med R), o coeficiente de dispersão (COD) e o diferencial relativo ao preço (PRD).

Etapa D - Nesta etapa, construiu-se as plantas de valores genéricos da área em estudo. Definiu-se o imóvel paradigma, seguido pela homogeneização dos valores preditos por cada uma das modelagens. Realizada a homogeneização, buscou-se construir o semivariograma experimental e, por meio do *software R 3.5.3*, calculou-se os parâmetros de alcance, efeito pepita e contribuição. Para construção das superfícies, utilizou-se o *software Surfer 15*. Realizou-se, portanto, a krigagem ordinária dos valores homogeneizados preditos por cada modelo de regressão, com base no semivariograma.

Etapa E - Como última etapa, verificou-se a *performance* das krigagens realizadas. Essa verificação foi realizada por meio do cálculo do RMSE e pelo valor dos parâmetros da IAAO (2013): mediana das razões de avaliação (Med R), coeficiente de dispersão (COD) e diferencial relativo ao preço (PRD).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Realizou-se a análise exploratória dos dados e, na sequência, a modelagem global (OLS) e local (GWR) dos dados. Verificou-se, então, a *performance* das modelagens. Por fim, realizou-se a krigagem para geração das PVG's, finalizando com a análise do desempenho das interpolações.

4.1. ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS

A análise exploratória dos dados foi realizada tanto na variável explicada quanto nas variáveis explicativas, utilizando como ferramentas estatísticas os gráficos de transformação *Box-Cox*, dispersão, momentos, correlações e histogramas. Na Figura 5, podem-se ver os histogramas de frequência para a variável dependente VU em escala normal e transformada em logarítmica.

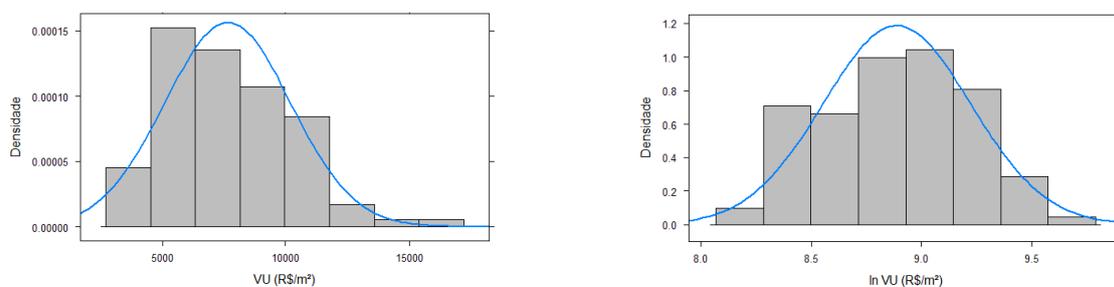


Figura 5 – Histogramas de frequências da variável valor unitário (VU e ln VU).

Pode-se verificar que na escala original (VU) os dados apresentavam leve padrão de assimetria positiva com curva platicúrtica, com os dados assimétricos para direita. Já, quando a variável valor unitário passa pela transformação logarítmica (ln VU), há uma correção, resultando em uma curva de assimetria levemente negativa e platicúrtica, com a função de distribuição mais achatada.

Com o objetivo de confirmar se essa transformação se mostraria adequada ao conjunto de dados coletados, realizou-se uma análise gráfica *Box e Cox*. O valor do parâmetro lambda definirá qual a transformação mais adequada para a variável em análise, sendo que, para valores positivos, tem-se $\ln y$ se $\lambda = 0$, $y^{0,5}$ se $\lambda = 0,5$, y se $\lambda = 1,0$ e y^2 se $\lambda = 2,0$. O gráfico *Box-Cox* é apresentado na Figura 6.

A Figura 6 indica, ainda, um intervalo de confiança de 95% para o valor de λ e percebe-se que o 0 está contido neste intervalo, confirmando que a transformação ln (VU) é a adequada para os dados.

Segundo Dantas (2012), a transformação logarítmica é a preferida quando se procura ajustar modelos a dados de valores imobiliários. Sendo assim, adotou-se a transformação logaritmo natural na variável valor unitário (ln VU) para modelagem dos dados por regressão linear múltipla (OLS).

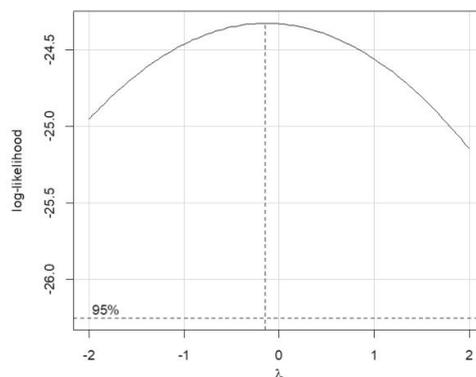


Figura 6 – Diagrama Cox-Box para variável valor unitário (VU).

A Figura 6 indica, ainda, um intervalo de confiança de 95% para o valor de λ e percebe-se que o 0 está contido neste intervalo, confirmando que a transformação $\ln(VU)$ é a adequada para os dados.

Segundo Dantas (2012), a transformação logarítmica é a preferida quando se procura ajustar modelos a dados de valores imobiliários. Sendo assim, adotou-se a transformação logaritmo natural na variável valor unitário ($\ln VU$) para modelagem dos dados por regressão linear múltipla (OLS).

4.2. MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA – MÍNIMOS QUADRADOS (OLS)

Para se conseguir o melhor modelo OLS, que pudesse explicar o mercado imobiliário de forma mais fidedigna possível, realizou-se diversas simulações, com diversas transformações nas variáveis independentes e, após excluir dois dados da amostra de trabalho, obteve-se um modelo que não violava nenhum dos pressupostos básicos da regressão clássica. O modelo é apresentado em (3):

$$\ln(VU) = \beta_0 + \beta_1 \times 1/(AP) + \beta_2 \times \ln(DBM) + \beta_3 \times \ln(DUF) + \beta_4 \times (ND) + \beta_5 \times (NG) + \beta_6 \times (PS) + \beta_7 \times (PC) \tag{3}$$

Realizou-se transformação inversa na variável área privativa (AP) e logarítmica nas variáveis distância à Avenida Beira Mar (DBM) e distância à UFSC (DUF), sendo que as demais variáveis permaneceram na escala original. Realizou-se o teste Reset de especificação e, caso a hipótese nula seja rejeitada, então o modelo está mal especificado. Os resultados mostraram $Reset = 2,7036$ e $p\text{-valor} = 0,5582$, o que indica que esse modelo não apresenta problemas de especificação.

Na Tabela 3, pode-se observar o valor dos coeficientes, do erro padrão, do t calculado e da significância de cada um dos regressores do modelo. Todos se mostraram significativos ao nível de 10,0%, atendendo a situação mais desfavorável da NBR 14.653-2 (2011).

Tabela 3 - Estatísticas relativas aos parâmetros do modelo OLS.

Variável	Coefficientes	Erro Padrão	Estatística t	Significância
Intercepto	9,85400	0,61931	15,91130	0,00000
1/AP	32,37922	5,33812	6,06566	0,00000
$\ln(DBM)$	-0,18326	0,03759	4,87528	0,00000
$\ln(DUF)$	-0,15562	0,05261	2,95795	0,00396
ND	0,06441	0,02779	2,31769	0,02273
NG	0,16172	0,02951	5,48051	0,00000
PN	0,12217	0,04071	3,00112	0,00348
PC	0,22602	0,02240	10,09234	0,00000

Os sinais dos regressores confirmam a expectativa do mercado imobiliário local, tornando-os coerentes. É esperado que o aumento de um dormitório, de uma unidade de vaga de garagem, do padrão construtivo ou de existência de piscina provoque um aumento no valor unitário dos imóveis. Observa-se, ainda, coerência quando se analisa o sinal da variável área privativa ou distância à Avenida Beira Mar e à Universidade Federal, considerando as respectivas transformações. Espera-se uma redução do valor do metro quadrado do imóvel quando ocorre um aumento na sua área privativa e, quanto mais distante o imóvel estiver do polo de valorização, menor o seu valor unitário.

A NBR 14.653-2 (2011) exige que seja realizado o teste F de Snedecor para verificar a significância do modelo de regressão ajustado e que, para situação mais desfavorável, o modelo obtido seja significativo ao nível de 1,0%. Sendo assim, como $F_{\text{calc}} = 73,46$ é maior que $F_{\text{crit}} = 2,84$, aceita-se a hipótese de existência de regressão com significância de 0,0%.

Com relação aos **Pressupostos Básicos da Regressão** para modelagem OLS, seguem as análises:

1. Normalidade: Realizaram-se os testes de Jarque-Bera ($JB = 2,7036$ e $p\text{-valor} = 0,4512$) e de Shapiro-Wilk ($SW = 0,9852$ e $p\text{-valor} = 0,3392$). Portanto, pelos valores dos testes, e a um nível de significância $\alpha = 5,0\%$, não se tem evidências para rejeitar a hipótese de normalidade dos resíduos.

2. Linearidade: Realizou-se a análise gráfica da variável valor unitário (ln VU) versus cada uma das variáveis explicativas, ambas em escala transformada, e observou-se tendência linear nos dados.

3. Homocedasticidade: Realizaram-se os testes de Breusch-Pagan ($BP = 5,8280$ e $p\text{-valor} = 0,5598$) e de Koenker-Basset ($KB = 6,9850$ e $p\text{-valor} = 0,4304$). Portanto, pelos valores dos testes, e ao nível de $\alpha = 5,0\%$, não se tem evidências para rejeitar a hipótese de homocedasticidade dos resíduos. Para complementar essa análise, gerou-se um gráfico em que se observa que os resíduos se apresentam aleatoriamente dispostos em torno da reta $y = 0$, que indica se tratar de um modelo homocedástico.

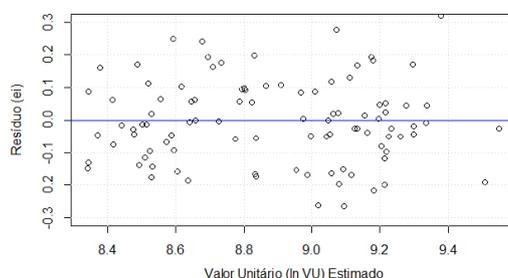


Figura 7 – Gráfico de homocedasticidade (resíduo x ln VU estimado).

4. Multicolinearidade: Realizou-se, inicialmente, a análise das correlações existentes entre cada par de variáveis explicativas e o maior valor encontrado foi entre as variáveis distância à Avenida Beira Mar (DBM) e distância à UFSC (DUF), cujo valor foi $R_{2,3} = 0,72$. Para confirmar que essa colinearidade não era prejudicial, realizou-se o cálculo do fator de inflação da variância (VIF), conforme Tabela 4.

Tabela 4 – Cálculo do Fator de Inflação da Variância (VIF).

Variável	1/AP	ln (DBM)	ln (DUF)	ND	NG	PN	PC
VIF	2,456	5,738	4,423	1,988	1,606	2,102	1,748

Gujarati et al. (2011, p. 348) dizem que se VIF for superior a 10,0, a variável é tida como altamente colinear. Nesse sentido, todas as variáveis explicativas deste estudo tiveram sua colinearidade aceita.

5. Outliers e Pontos Influenciantes: Para diagnóstico de possíveis *outliers*, utilizou-se como condição para retirada do elemento da amostra aquela observação que não se encontrava no intervalo de $\pm 2,5$ desvios padrões. Os pontos AP_25 e AP_31 tiveram desvios padrões de 2,68 e 2,56 sendo, portanto, eliminados da amostra de trabalho. A Figura 08 apresenta a amostra saneada.

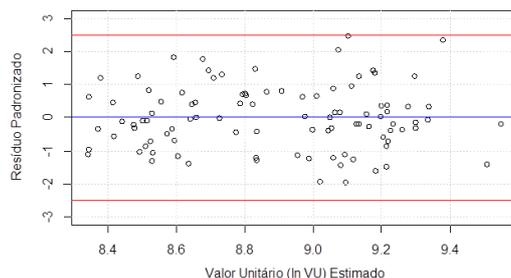


Figura 8 – Gráfico de outlier (resíduo padronizado x ln VU estimado).

Para o diagnóstico de possíveis pontos influenciadores, realizado após a exclusão dos *outliers*, utilizou-se a Distância de Cook. O valor obtido para distância máxima obtida foi $d_{\max} = 0,1066 < 1,0$, indicando inexistência de pontos de forte influência. Para complementar essa análise, construiu-se o gráfico de elementos Hii versus o quadrado dos resíduos padronizados, sendo que os pontos no canto superior esquerdo do gráfico podem possuir alta influência nos resultados da regressão. Os dois testes indicam que não há pontos influenciadores na amostra em estudo.

O modelo de regressão adotado nesse estudo foi determinado sem esses dois pontos e toda a amostra foi reorganizada para ser utilizada na modelagem GWR. Verifica-se, portanto, que o modelo adotado não violou os pressupostos, sendo aprovado em todos os testes realizados, mostrando-se um modelo estatisticamente correto para explicar o mercado imobiliário da área em estudo.

4.3. MODELO DE REGRESSÃO GEOGRAFICAMENTE PONDERADA (GWR)

O modelo GWR foi ajustado com as mesmas transformações e os mesmos 98 dados de mercado utilizadas na regressão clássica. Para a escolha da melhor função de ponderação, se fixa ou variável, e melhor largura de banda, foi utilizado, conforme descrito na metodologia, o *software* GWR4 e realizadas diversas simulações, separadas por critérios de escolha definidos pelo usuário.

O tipo de função de ponderação pode ser escolhido entre gaussiano fixo ou variável e biquadrático fixo ou variável. O *software* permite, ainda, que se escolha o critério de parada e que se assinale a caixa de seleção de escolha automática da melhor largura de banda. Ele, então, gera diversos modelos para diversas larguras de banda, a partir da função de ponderação selecionada e apresenta e, por fim, aquele que possui o menor valor para o critério selecionado (AIC, AICc e CV - Cross Validation).

O modelo que gerou o menor valor no critério de AIC (critério escolhido nesta pesquisa) foi o de função de ponderação (*kernel*) gaussiano fixo com largura de banda de $\beta = 816,2$ m.

O modelo, contendo os parâmetros médios para a regressão GWR, é apresentado (4):

$$\ln(\text{VU}) = \beta_0 + \beta_1 \times 1/(\text{AP}) + \beta_2 \times \ln(\text{DBM}) + \beta_3 \times \ln(\text{DUF}) + \beta_4 \times (\text{ND}) + \beta_5 \times (\text{NG}) + \beta_6 \times (\text{PS}) + \beta_7 \times (\text{PC}) \quad (4)$$

No modelo GWR permaneceram as transformações adotadas no modelo OLS. Ressalta-se que os coeficientes médios foram utilizados, pois a modelagem GWR, por ser uma regressão local, gera uma equação de regressão para cada ponto amostral, ponderada pela distância dos seus vizinhos. O modelo GWR gerou um relatório contendo 98 regressões com as estimativas dos parâmetros, o cálculo da estatística *t* e do erro padrão para cada variável, assim como o valor predito, o coeficiente de determinação local, a distância de Cook e a influência, para cada observação da amostra.

Na Tabela 5, podem-se verificar as estatísticas obtidas para a modelagem GWR:

Tabela 5 - Estatísticas relativas aos parâmetros do modelo GWR.

Variável	Coefficientes	Coefficientes	Erro Padrão	Teste de Variabilidade	Variável
	Médios	Medianos			
Intercepto	9,21100	9,23580	0,33912	- 2,19945	Local
1/AP	32,57320	31,91565	2,83316	- 1,70967	Local
ln (DBM)	- 0,15199	- 0,13955	0,02891	- 1,83370	Local
ln (DUF)	- 0,09818	- 0,10636	0,04469	- 3,19422	Local
ND	0,06192	0,06135	0,02668	- 4,74090	Local
NG	0,16353	0,16182	0,01512	0,73889	Local
PN	0,11613	0,13003	0,03311	1,20628	Local
PC	0,22817	0,22694	0,02412	- 1,06128	Local

Os sinais dos regressores do modelo GWR se apresentaram iguais aos sinais do modelo clássico de regressão e confirmam a expectativa do mercado imobiliário local, sendo, portanto, coerentes.

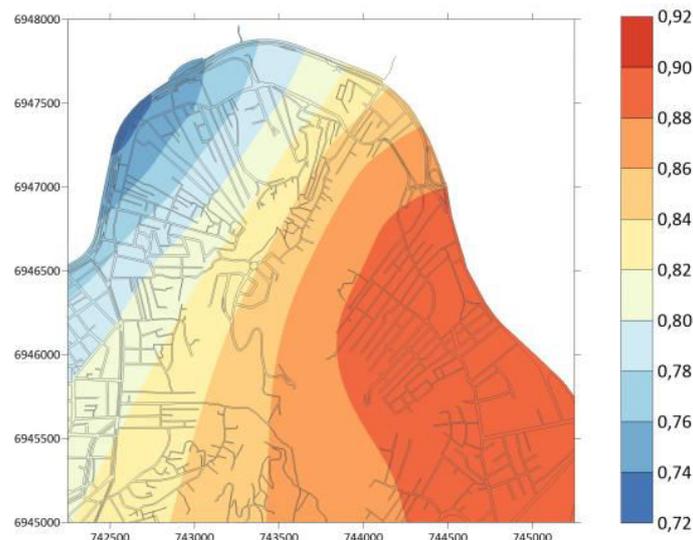
Realizou-se o teste de variabilidade geográfica de coeficientes locais que, segundo Leung et al. (2000), um resultado positivo, especialmente maior que dois, sugere que o termo local é melhor para ser assumido como global. Neste estudo, todas as variáveis tiveram valores inferiores a dois.

Na Tabela 6, podem-se verificar algumas estatísticas dos regressores dos 98 modelos ajustados.

Tabela 6 - Estatísticas básicas dos parâmetros do modelo GWR.

Variável	Mínimo	1º Quartil	3º Quartil	Máximo	Range	STD Robusto
Intercepto	8,69956	8,91522	9,50460	9,93464	1,23508	0,43690
1/AP	28,14943	30,68488	33,98389	40,05002	11,90058	2,44552
ln (DBM)	-0,22048	-0,17070	-0,12855	-0,11985	0,10062	0,03123
ln (DUF)	-0,17413	-0,13309	-0,05570	-0,01411	0,16001	0,05736
ND	0,01632	0,04138	0,08011	0,11052	0,09420	0,02870
NG	0,14015	0,15308	0,16968	0,20502	0,06487	0,01230
PN	0,05044	0,08989	0,14021	0,15488	0,10444	0,03729
PC	0,17620	0,21425	0,25036	0,25901	0,08281	0,02676

Gerou-se, para a modelagem GWR, um mapa de curvas de nível dos valores dos coeficientes de determinação (R^2) locais calculados para cada um dos pontos amostrais, conforme Figura 10.

Figura 10 – Coeficientes de determinação (R^2) locais do modelo GWR.

Com base nos coeficientes de determinação (R^2) locais calculados para modelagem GWR, pode-se observar que o modelo é capaz de explicar de forma mais eficiente a variação, em relação à média, dos dados de mercado observados no bairro Trindade do que na Agrônômica. A variação entre o poder de explicação foi de 0,738 no bairro Agrônômica até 0,898 no bairro Trindade, sendo o restante atribuído a fatores aleatórios e a variáveis não consideradas na modelagem.

4.4. QUALIDADE E DESEMPENHO DAS MODELAGENS

Neste estudo, a qualidade das modelagens foi analisada por meio dos critérios de informação de Akaike (AIC), o bayesiano (BIC) e o loglikelihood (LIK), o coeficiente de determinação (R^2) e o erro padrão da regressão. Para analisar o desempenho, utilizou-se as métricas estabelecidas pela IAAO (20013), como a Med R, o COD e o PRD. Na Tabela 7, pode-se verificar os indicadores de qualidade.

Tabela 7 - Indicadores de qualidade das modelagens realizadas.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
Coefficiente de Determinação (R^2)	0,8510	0,8838
Coefficiente de Determinação Aju. (R^2_{aju})	0,8376	0,8492
Valor do log Likelihood (LIK)	52,040	73,226
Crítério de Informação de Schwarz (BIC)	-85,400	-90,375
Crítério de Informação de Akaike (AIC)	-104,08	-108,47
Erro Padrão da Regressão (Se)	0,1354	0,1303

Percebe-se que o modelo GWR foi superior ao modelo OLS em todos os indicadores de qualidade de ajuste da Tabela 7. Calculou-se, também, a raiz do erro quadrático médio (RMSE). Os resultados são vistos na Tabela 8. Percebe-se que a modelagem GWR, para esse indicador, apresentou um desempenho superior, com valor do RMSE 12,30% menor que o valor do modelo OLS.

Tabela 8 – Regressões: RMSE para os valores preditos pela amostra de trabalho.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
RMSE (R\$/m ²)	1.112,72	975,88

Construíram-se, também, os gráficos de predição das duas modelagens. Verifica-se, por meio da Figura 11, que o modelo GWR apresentou-se mais ajustado, com pontos menos dispersos, indicando se tratar de um ajuste com maior poder de predição de valores unitários, que o modelo OLS.

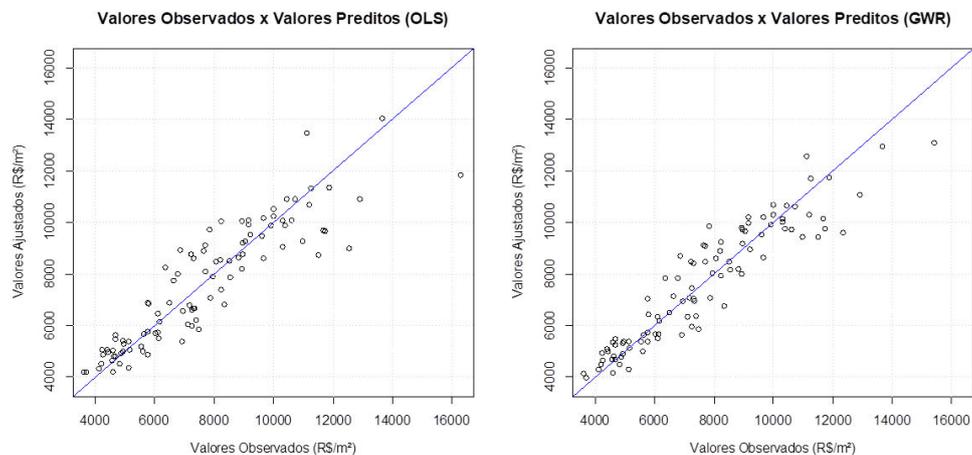


Figura 11 – Gráfico de predição das modelagens OLS e GWR.

Verificou-se, também, como se deu a dispersão dos erros relativos absolutos dos valores preditos pelas modelagens. Realizou-se, então, a interpolação linear para geração da superfície de gradientes, contendo os erros relativos absolutos estimados para cada uma das modelagens, vistos na Figura 12.

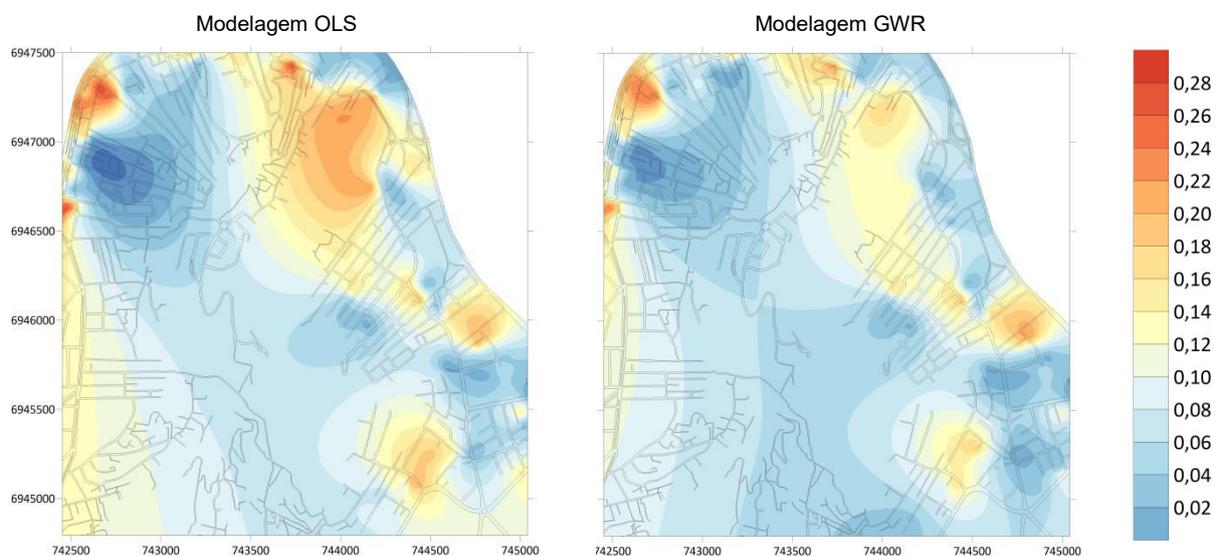


Figura 12 - Superfície de erros relativos absolutos da amostra de trabalho.

Verifica-se, pela Figura 12, que a superfície de erros relativos para a modelagem GWR mostrou-se mais uniforme, com erros de menor magnitude, evidenciado pela dominância da coloração azul. Para se analisar o desempenho das modelagens, utilizou-se as métricas estabelecidas pela norma IAAO (2013). Calculou-se, ainda, os erros relativos e o RMSE da predição da amostra de validação. Os limites estabelecidos pela norma para os imóveis em estudo estão apresentados na Tabela 5.

Esses parâmetros foram calculados por meio dos valores preditos pelas modelagens para as 18 amostras de validação. Os valores preditos para a modelagem OLS foram obtidos substituindo os dados das 18 amostras diretamente na equação de regressão. Para a modelagem GWR, utilizou-se as informações de cada uma das amostras de validação para gerar 18 equações de predição diretamente no *software* GWR. Os resultados obtidos nas amostras de validação são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Indicadores de desempenho para os valores preditos pelas regressões da amostra de validação.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
Mediana das Razões de Avaliação (Med R)	0,980	0,982
Coefficiente de Dispersão da Mediana (COD)	8,35%	7,31%
Diferencial Relativo ao Preço (PRD)	1,008	1,004

Observa-se que as duas modelagens apresentaram valores dentro dos limites recomendados pela norma, entretanto, a modelagem GWR mostrou-se superior, indicando maior uniformidade na avaliação, observada pelo menor valor no COD. Com relação ao PRD, os resultados indicam que não houve progressividade ou regressividade nas predições, contudo, o modelo GWR teve desempenho superior nesse indicador. Na sequência, calculou-se o RMSE das predições, conforme Tabela 10.

Tabela 10 – Regressões: RMSE para os valores preditos pela amostra de validação.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
RMSE (R\$/m²)	1.035,08	926,32

Nesse caso, a modelagem que apresentou o menor valor do RMSE foi a GWR, que é uma regressão local. Esse fenômeno corrobora com a ideia de que o valor de um determinado imóvel é fortemente afetado pelo valor dos imóveis do seu entorno. Construiu-se, também, uma superfície de erros relativos absolutos dos valores unitários preditos pela amostra de validação, conforme Figura 13.

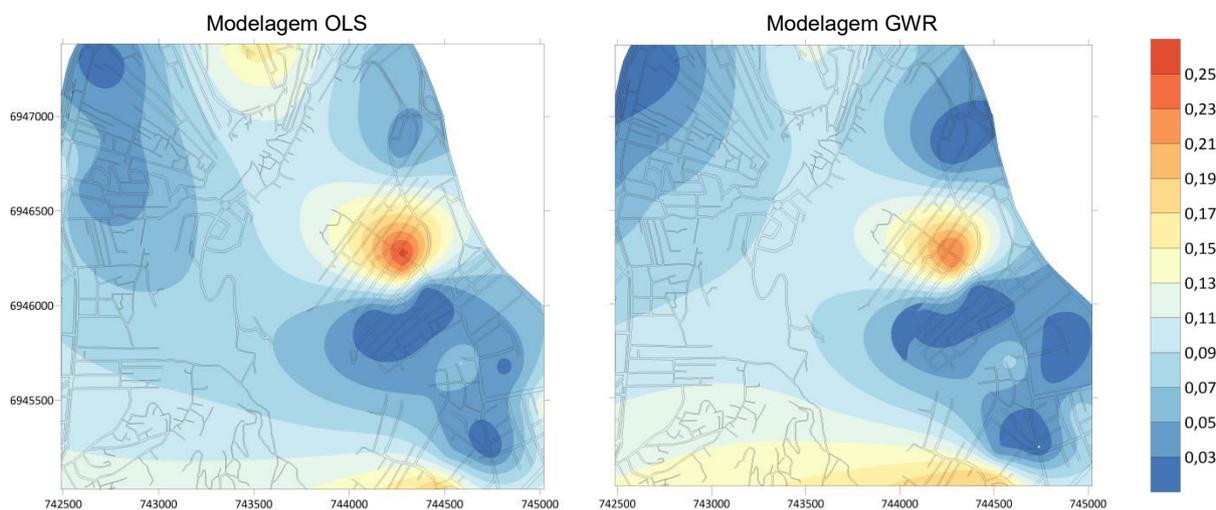


Figura 13 - Superfície de erros relativos absolutos da amostra de validação.

Verifica-se que a superfície de erros relativos para os valores unitários preditos pela amostra de validação sobre o modelo GWR mostrou-se mais uniforme e com erros de menor magnitude.

4.5. GERAÇÃO DE PLANTAS DE VALORES GENÉRICOS - KRIGAGEM ORDINÁRIA

Para se gerar uma superfície de valores que irá compor uma PVG, deve-se, inicialmente, fazer a homogeneização dos valores preditos pelos modelos de regressão, por meio de um imóvel paradigma representativo da área em estudo. O imóvel paradigma usado neste estudo é mostrado na Tabela 11.

Tabela 11 - Imóvel paradigma utilizado para homogeneização das amostras.

Paradigma	AP	ND	NG	PS	PC
	100	3	1	0	2

AP: Área Privativa; ND: Número de Dormitórios; NG: Número de Garagens; PS: Piscina; PC: Padrão Construtivo.

A homogeneização dos valores preditos pelo modelo OLS foi realizada sobre a regressão global da Tabela 3. No modelo GWR realizou-se a homogeneização sobre a regressão local do próprio ponto. Realizados a homogeneização e o cálculo dos novos valores unitários para os imóveis, procedeu-se com a definição dos semivariogramas que darão suporte para criação das superfícies de valores unitários para as modelagens em estudo. Com auxílio do *software R*, definiu-se os valores de efeito pepita, contribuição e

patamar. Realizou-se a modelagem exponencial, esférica e gaussiana e, por meio de validação cruzada, pode-se verificar que o semivariograma exponencial apresentou menor RMSE e mais forte dependência espacial em ambas as modelagens.

Para a construção das superfícies de valores ajustados pelas duas modelagens, utilizou-se os parâmetros obtidos nos semivariogramas o *software Surfer 15*. Realizou-se a interpolação por krigagem ordinária e pôde-se, então, para cada modelagem, obter uma PVG de apartamentos construídos representativa da área em estudo. Essas PVG's são apresentadas nas Figuras 15 e 16.

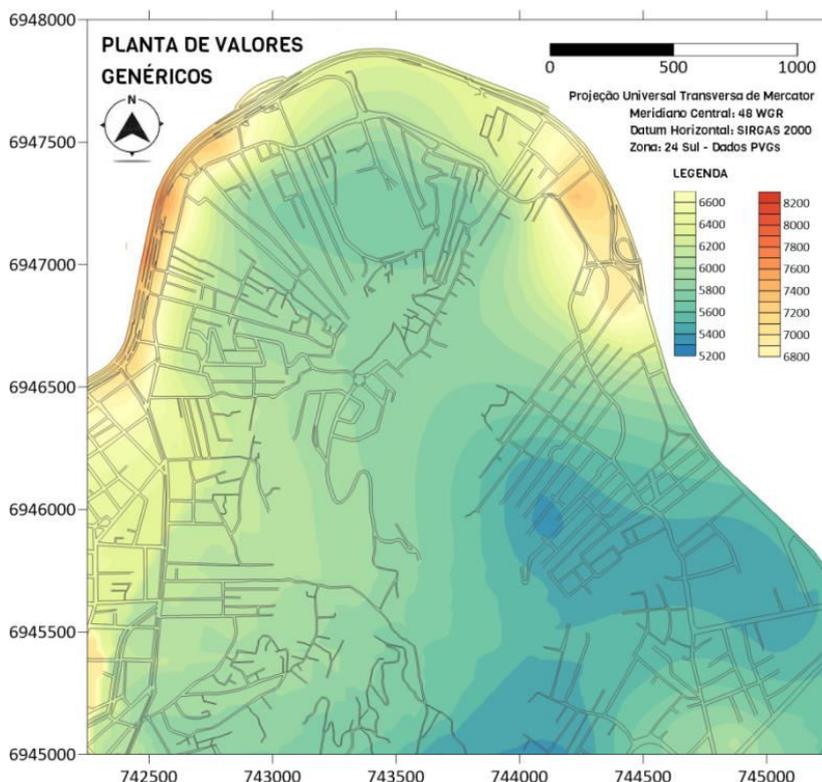


Figura 14 – Planta de Valores Genéricos usando krigagem da modelagem OLS.

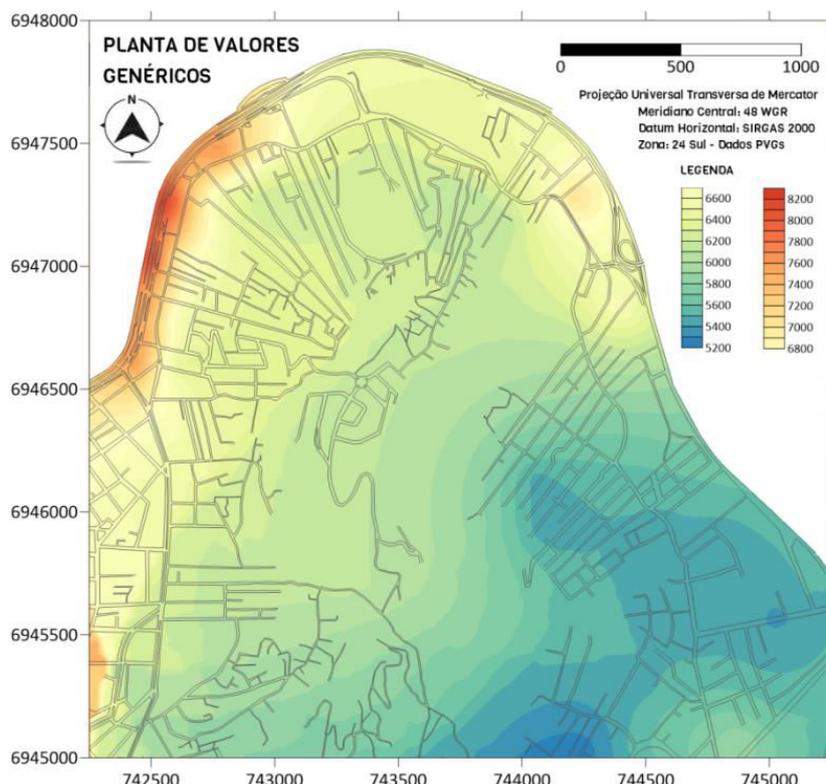


Figura 15 – Planta de Valores Genéricos usando krigagem da modelagem GWR.

Pode-se constatar, pela prevalência de regiões mais quentes espalhadas pela extensão da Avenida Beira Mar na Agronômica, que a superfície GWR foi capaz de explicar, de maneira mais próxima da realidade, o valor unitário dos imóveis deste bairro, tendo em vista que esse bairro possui apartamentos bastante valorizados em Florianópolis. O bairro Trindade também apresentou regiões mais claras na modelagem GWR, o que indica que, apesar de apresentar imóveis com menor valor unitário, ainda, assim, apresentou maior valorização no modelo GWR. Em geral, essa valorização dos dois bairros em estudo foi melhor capturada pela PVG obtida pela krigagem da modelagem GWR.

4.6. QUALIDADE E DESEMPENHO DAS KRIGAGENS

Para se avaliar a *performance* das interpolações realizadas, calculou-se o RMSE dos valores preditos pelas krigagens para a amostra de trabalho. Os resultados são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Krigagem: RMSE para os valores preditos pela amostra de trabalho.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
RMSE (R\$/m ²)	424,06	366,18

Observa-se que a modelagem GWR apresentou RMSE menor, indicando que esse modelo foi capaz de fazer previsões mais próximas do esperado. Calculou-se, também, o RMSE dos valores preditos pelas krigagens para a amostra de validação. Os resultados são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 – Krigagem: RMSE para os valores preditos pela amostra de validação.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
RMSE (R\$/m ²)	352,70	318,10

Novamente, os resultados demonstram superioridade da modelagem GWR em prever os valores de mercado dos imóveis. Por fim, calculou-se os indicadores da IAAO para os valores preditos pelas krigagens para a amostra de validação. Os resultados dos indicadores são mostrados na Tabela 14.

Tabela 14 - Indicadores de desempenho dos valores preditos pelas krigagens para a amostra de validação.

Indicador	Modelo OLS	Modelo GWR
Mediana das Razões de Avaliação (Med R)	1,019	1,002
Coefficiente de Dispersão da Mediana (COD)	4,74%	3,85%
Diferencial Relativo ao Preço (PRD)	1,002	1,002

Os resultados para ambas as modelagens ficaram dentro dos limites estabelecidos pela IAAO, contudo, o modelo GWR apresentou-se ligeiramente superior nos indicadores Med R e COD. Os resultados obtidos nos indicadores RMSE, Med R, COD e PRD indicam que o ajuste por GWR seria o modelo que melhor representaria uma planta de valores genéricos (PVG) para a área em estudo.

5. CONCLUSÕES

Com o término deste estudo, pôde-se concluir que a modelagem GWR apresentou uma *performance* superior à modelagem OLS em todos indicadores de qualidade e desempenho.

A regressão GWR mostrou-se mais ajustada aos dados da amostra de trabalho, como demonstrado pelos diagramas de predição e indicadores de qualidade e desempenho, mas, também, aos dados da amostra de validação, como mostraram os resultados experimentais do estudo de caso abordado.

Com relação à qualidade, os resultados mostraram que o modelo GWR foi mais preciso que o modelo OLS que trata todos os dados como estacionários. Comparando os modelos, observa-se que a modelagem GWR foi capaz de melhorar o R² da modelagem OLS de 0,8510 para 0,8838. O AIC e o BIC da GWR também mostram uma redução de 4,390 e 4,975, respectivamente, em relação à OLS.

O modelo GWR apresentou, ainda, menor erro padrão, e melhor valor no indicador LIK, além de proporcionar o menor RMSE para os dados preditos pelas modelagens e uma superfície de erros relativos absolutos de menor magnitude e mais uniformes, o que é desejável em uma PVG.

Com relação ao desempenho das modelagens em prever os valores unitários da amostra de validação, as duas modelagens apresentaram seus parâmetros dentro das recomendações da IAAO, contudo, a modelagem (GWR) mostrou-se superior à OLS em relação ao desempenho por ter apresentado

valores menores para o COD (7,310%) e para o PRD (1,004). Os valores preditos pela modelagem GWR também apresentaram menor RMSE e menores erros relativos absolutos.

Verificou-se, ainda, que a PVG gerada para a GWR foi capaz de representar de maneira mais eficiente, com resultados mais próximos do esperado, o valor unitário dos apartamentos dos bairros em estudo. A *performance* das duas superfícies indica que a modelagem GWR se mostrou melhor, com menores valores de COD e PRD. O RMSE das krigagens do modelo GWR foi menor tanto na predição da amostra de trabalho (366,18 R\$/m²), quando na amostra de validação (318,10 R\$/m²).

Isso demonstra que o modelo GWR, se bem ajustado, é capaz de fazer melhores previsões de valores para os imóveis urbanos, incorporando os efeitos espaciais que o modelo OLS ignora, diminuindo, assim, as distorções de valores presentes nas PVG's, possibilitando, desta forma, uma tributação mais justa e equânime, pilares, estes, para se atingir justiça fiscal.

REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT (2011). NBR 14.653-2: **Avaliação de bens - Parte 2: imóveis urbanos**. Rio de Janeiro: ABNT.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT (2019). NBR 14.653-1: **Avaliação de bens - Parte 1: procedimentos gerais**. Rio de Janeiro: ABNT.
- Brasil (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília. Recuperado em 01 de setembro de 2020, http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm
- Brunsdon, C., Fotheringham, A. S., & Charlton, M. (1996). Geographically weighted regression: a method for exploring spatial nonstationarity. **Geographical Analysis**, 28(4), 281-298.
- Cesare, C. M. de (2012). **Avaliação em massa de imóveis para fins fiscais: discussão, análise e identificação de soluções para problemas e casos práticos**. In: Lincoln Institute of Land Policy. Org. Cunha, E. P. C.; Erba, D. A. Brasília: Ministério das Cidades.
- Dantas, R. A. (2003). **Modelos espaciais aplicados ao mercado habitacional: um estudo de caso para a cidade de Recife**. (Tese de Doutorado). Faculdade de Economia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- Dantas, R. A. (2012). **Engenharia de avaliações: uma introdução à metodologia científica** (3a ed.). São Paulo: Pini.
- Fotheringham, A. S., Charlton, M., & Brunsdon, C. (1998). Geographically weighted regression: a natural evolution of the expansion method for spatial data analysis. Sage Journals. **Environment and Planning A: Economy and Space**, 30(11), 1905-1927. <https://doi.org/10.1068/a301905>
- Gujarati, D. N., Porter, D. C. (2011). **Econometria básica** (5a ed.). Porto Alegre: Bookman.
- International Association of Assessing Officers - IAAO (2013). **Standard on Ratio Studies**. Recuperado em 01 de setembro de 2020, de www.iaao.org
- International Monetary Fund - IMF (2017). **Government finance statistics**. Recuperado em 01 de setembro de 2020, de <https://goo.gl/bu8QMR>
- Leung, Y., Mei, C. L., & Zhang, W. X. (2000). Statistical tests for spatial nonstationarity based on the geographically weighted regression. Sage Journals. **Environment and Planning A: Economy and Space**, 32(1), 9-32. <https://doi.org/10.1068/a3162>
- Liporoni, A. S. (2013). **Avaliação em massa com ênfase em planta de valores**. São Paulo: PINI.
- Mei, C. L., He, S. Y., & Fang, K. T. (2004). A note on the mixed geographically weighted regression model. **Journal Regional Science**, 44(1), 143-157. <https://doi.org/10.1111/j.1085-9489.2004.00331.x>
- Zilli, C. A. (2020). **Regressão geograficamente ponderada aplicada na avaliação em massa de imóveis urbanos**. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós Graduação em Engenharia de Transportes e Gestão Territorial, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.